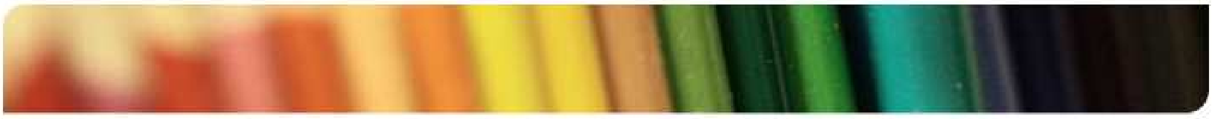
Màster en Formació del Professorat d'Educació Secundària
Obligatòria i Batxillerat, Formació Professional i Ensenyament d'Idiomes
Curs 2011 / 2012

Màsters Universitaris



Treball de fi de màster

Títol: **Passeig en Geogebra per les matemàtiques de 4t d'ESO.**

Cognoms: **Fanés Manils**

Nom: **Josep**

Titulació: Màster en Formació del Professorat d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat, Formació Professional i Ensenyament d'Idiomes

Especialitat: **Matemàtiques**

Director/a: **Margarida Espona Donés**

Data de lectura: 25/06/2012

Índex.

1 Introducció

1.1 Punt de partida. Situació actual.

L'alumnat que ens trobem avui a les escoles i els instituts ha nascut de bracet de les noves tecnologies. Nosaltres com a docents no podem estar al marge d'aquesta situació sinó que hem de trobar la millor manera d'incorporar aquestes eines al procés d'aprenentatge de manera efectiva i eficient.

En particular, aquestes tecnologies faciliten enormement la visualització de les matemàtiques, i això, ens pot ajudar, a tots plegats, a fer que l'alumnat s'interessi, si més no, per la matèria i comprengui així una mica millor les matemàtiques.

Avui dia, la informàtica s'ha universalitzat. Segons el Instituto Nacional de Estadística l'any 2011 el 71,5%[1] de les llars espanyoles (75,7% a Catalunya) disposava d'algun tipus d'ordinador i un 61,9% (69,3% a Catalunya) de connexió de banda ampla. Tot i que a les aules la progressió no ha estat tan important (el curs 2009-2010 es disposava a Espanya de 5 (5,9 a Catalunya) ordinadors per aula de secundària en els centres públics mentre que en els privats la mitjana era de 3,1 a Espanya i 3,2 a Catalunya), la tendència a l'alça és inevitable i ja hi ha escoles i instituts on cada alumne disposa del seu propi ordinador permanentment. Actualment a Catalunya, el programa "Educat 2.0"[2] pretén generalitzar l'ús de les tecnologies per l'aprenentatge i el coneixement a la totalitat dels centres del Servei d'Educació de Catalunya. Les actuacions previstes en el programa enllacen amb el programa d'àmbit estatal "Escuela 2.0"[3] impulsat pel Ministeri d'Educació.

El centre on he fet el pràcticum, però, no disposa de material didàctic digital per fer activitats de matemàtiques, cosa que va animar-me a fer una aportació en aquest sentit.

D'altra banda, he optat per donar una visió del currículum de matemàtiques de quart d'ESO des d'una eina tan potent i intuïtiva com és el Geogebra, la qual ens facilitarà l'assoliment dels objectius.

1.2 Objectius.

Aquest treball de fi de màster es proposa traduir el currículum de matemàtiques de quart d'ESO al Geogebra amb un doble objectiu. En primer lloc, per tenir una eina, com a docent, complementària per fer les classes de matemàtiques més atractives i variades per l'alumnat. En segon lloc, per donar instruments a l'alumnat que els permetin avançar pel seu compte en aquest feixuc camí que, per ells, suposen les matemàtiques.

Durant les observacions dins de l'aula he copsat la gran dificultat que té l'alumnat en el procés d'abstracció que li suposa les matemàtiques. Aquesta idea ha estat molt present en tot el treball, intentar trobar camins que facilitin aquest procés; identificant els conceptes amb imatges, mitjançant aquest gran aliat que tenim que és la geometria.

Aquestes activitats pretenen, doncs, acostar el docent a l'alumnat en transmetre la informació d'una manera més propera i visual a la qual l'alumnat està completament avesat. A més, contribuïm a fer-los més competents en l'ús de les tecnologies digitals mostrant-los una eina tan potent com és el Geogebra.

El coneixement d'un entorn digital d'aquestes característiques pot representar, també, una motivació pels estudiants de cara a un futur ús de programari avançat de suport a les matemàtiques.

2 Activitats dissenyades.

Totes les activitats tenen com a objectiu visualitzar les matemàtiques i trencar aquest grau d'abstracció que tant allunya l'alumnat de la nostra assignatura.

Totes són una visió personal de com, seguint el currículum, es pot ensenyar/aprendre les matemàtiques de quart d'ESO.

D'altra banda, les activitats dissenyades tenen una incidència directa en quatre de les vuit competències bàsiques definides en l'annex 1 del Decret 143/2007 del 26 de Juny, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria:

- Tractament de la informació i la competència digital.
- La competència matemàtica.
- Competència d'autonomia i iniciativa personal.
- Competència d'aprendre a aprendre.

Totes les activitats estan pensades per quart d'ESO. De totes maneres, moltes es poden usar a tercer d'ESO i/o a batxillerat.

El paper del professor és clau en els diferents moments de l'aprenentatge, per tal que l'alumnat no quedi bloquejat davant de l'activitat. És clar que el grau d'adequació d'un mateix recurs dependrà de l'ús que el docent en faci.

El fet que el centre on he fet el pràcticum, no disposi d'ordinadors a l'aula ha fet que les activitats estiguin pensades per la utilització pel docent com a complement de la seva explicació, encara que, totes les activitats tenen la seva vessant interactiva que permet el seu ús, individual o col·lectiu, per part de l'alumnat.

El llistat de les activitats creades, agrupades per unitats didàctiques, és el següent:

<u>Unitat didàctica: Nombres reals</u>.

- Representació dels nombres racionals.
- Representació dels nombres irracionals.[4]
- Màxim comú divisor i mínim comú múltiple de dos nombres naturals.

<u>Unitat didàctica: Polinomis i fraccions algebraiques.</u>

- Regla de Ruffini.
- $(a+b)^2$: Resolució geomètrica del quadrat d'una suma.[5]
- $(a-b)^2$: Resolució geomètrica del quadrat d'una diferència.[6]
- $(a + b)(a – b)$: Resolució geomètrica del producte d'una suma per una diferència.[7]

<u>Unitat didàctica: Equacions i inequacions.</u>

- Resolució geomètrica d'una equació de segon grau (Al-Khwarazmi).
- Equacions de primer i segon grau.
- Inequacions.

<u>Unitat didàctica: Sistemes d'equacions.</u>

- Sistemes d'equacions lineals.

<u>Unitat didàctica: Semblances.</u>

- Aplicació del teorema de Tales.
- Criteris de semblança de triangles.
- Semblances.

Unitat didàctica: Trigonometria.

- Circumferència unitat i raons trigonomètriques..

Unitat didàctica: Geometria analítica.

- Operacions amb vectors.
- Rectes.
- Pendent de la recta.

Unitat didàctica: Estadística unidimensional.

- Estadística unidimensional.

Unitat didàctica: Distribucions bidimensionals.

- Estadística bidimensional.

Unitat didàctica: Probabilitat.

- Espai mostral.
- Compatibilitat i incompatibilitat d'esdeveniments.
- Llançament de 3 monedes[8].
- Experiments compostos.
- Probabilitat condicionada.

2.1 El Geogebra.

El Geogebra és un software lliure de matemàtiques que integra de manera dinàmica, bàsicament, geometria i àlgebra, tot i que disposa també d'un full de càlcul.

El Geogebra va ser desenvolupat[9] per en Markus Hohenwarter per substituir l'ús de la calculadora Texas Instruments TI-92 que feien servir tots els estudiants de la Universitat de Salzburg. El primer prototip el va realitzar a la seva tesi del "Master in Computer Science and Mathematics Education". Aquesta tesi li va valer el premi "European Academic Software Award 2002 (EASA)"[10], primer d'un seguit interminable de reconeixements. Posteriorment, va continuar el seu desenvolupament a la seva tesi doctoral en el període 2004-2006. Va endegar la web www.geogebra.org i l'expansió del geogebra per tot el món va ser incessant. Al 2007, però, al observar la manca de preparació del món docent en les noves tecnologies, en general, i en el geogebra en particular, va crear l'International Geogebra Institute per fomentar la formació dels docents i al mateix temps millorar les prestacions del software provocant l'intercanvi d'opinions entre els propis docents. Aquesta ha estat una de les grans virtuts del projecte, deixar que tothom se'l faci seu, aconseguint així nombrosos col·laboradors incondicionals, la qual cosa ha permès que la seva difusió i millora hagi estat molt ràpida.

En aquest sentit, han tingut l'encert de traduir-lo a més de 50 llengües, entre elles la catalana. La versió catalana ha estat feta per Jaume Bartrolí, Pep Bujosa, Josep Lluís Canadilla, Carlos Gimenez, Antoni Gomà, Jorge Sánchez i Roser Sebastián entre d'altres.

El Geogebra permet que les imatges, tradicionalment estàtiques, es converteixin en dinàmiques i, sobretot, interactives. En particular, les construccions geomètriques es poden modificar dinàmicament. Es poden introduir equacions i coordenades directament. Lliga l'objecte de la finestra gràfica amb la seva expressió algebraica que es pot consultar i modificar a la finestra algebraica i viceversa. Es a dir, tenim una visualització simultània de dos diferents tipus de representació: la gràfica i la simbòlica.

És molt intuïtiu, dinàmic i interactiu. A més, permet la creació d'aplicacions html, fet que ha permès la seva utilització des de qualsevol lloc amb connexió d'internet.

Des del punt de vista docent, el geogebra permet mantenir l'ordre i la netedat en l'exposició alhora que un gran estalvi de temps en comparació amb la pissarra. Permet la repetició de l'explicació, canviant les condicions inicials, per exemple, les vegades necessàries, alleugerint la tortura que representen les representacions gràfiques a la pissarra.

Tots aquests avantatges fan que sigui una eina molt útil per l'ensenyament de les matemàtiques a secundària.

2.2 Característiques comunes de les activitats dissenyades.

A l'hora de dissenyar les activitats m'he col·locat en el lloc de l'alumnat i he explicat el que necessitaria aprendre per adquirir les competències desitjades, adaptant l'enorme potència del Geogebra, cas per cas, a la interpretació que en faig de la unitat didàctica. El resultat ha estat molt divers i variat segons la unitat didàctica tractada.

Podem dir que, en general, totes presenten les següents característiques:

- Interactivitat: Cal que l'alumnat pugui manipular i jugar amb l'activitat fàcilment per poder treure'n el màxim profit. L'activitat ha de provocar que l'usuari s'involucri i entri a dins usant els recursos necessaris per captar la seva atenció.

- Colors: Els colors serveixen per destacar i ajudar a diferenciar els conceptes que es volen introduir. Cal que cridin l'atenció.

- Dificultat: L'únic motiu pel que es fa una activitat es perquè l'alumnat en tregui profit. Per tant, ha de tenir el nivell adequat perquè entengui els conceptes desitjats i no ha de ser una eina de lluïment del docent.

2.3 Descripció de les activitats dissenyades.

2.3.1 Representació de nombres racionals.

Unitat didàctica: Nombres reals.

Bloc: Numeració i càlcul.

Objectius:

- Representar els nombres racionals a la recta numèrica.
- Mostrar la relació nombre racional i nombre decimal.

Continguts: Representació dels nombres racionals.

Procediments: Localització de nombres fraccionaris entre nombres enters.

Connexions:

- Mesura: Proporcionalitat per obtenir mesures indirectes.
- Espai i forma: Aplicació del teorema de Tales. Proporcionalitat geomètrica.

Instruccions d'ús:

Mitjançant els punts lliscants anomenats "numerador" i "denominador" s'escull la fracció desitjada. Automàticament, la fracció és representada a la recta numèrica, indicant el seu valor decimal. Un avís apareix quan la fracció escollida és més gran que la unitat, tot recordant que una fracció més gran que la unitat es pot descompondre en nombre enter+fracció. L'activitat només representa fraccions menors que la unitat.

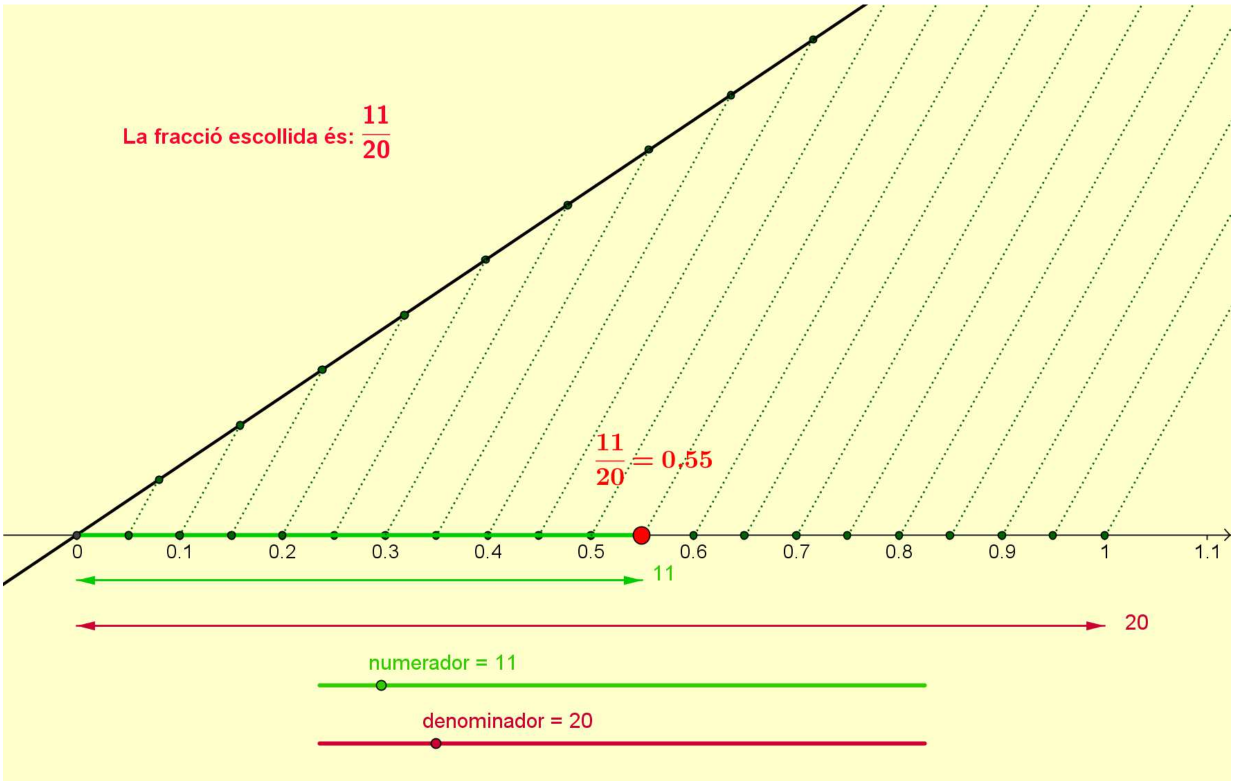


Fig. 1 Representació de nombres racionals.

Aquesta activitat també es pot aplicar a la unitat didàctica de les semblances per fer la divisió d'un segment en parts iguals.

2.3.2 Representació de nombres irracionals.

Unitat didàctica: Nombres reals.

Bloc: Numeració i càlcul.

Objectius:

- Representar els nombres irracionals a la recta numèrica.
- Mostrar la relació nombre irracional i nombre decimal.

Continguts: Representació dels nombres racionals.

Procediments: Localització de nombres fraccionaris entre nombres enters.

Connexions:

- Espai i forma: Teorema de Pitàgores.

Instruccions d'ús:

Mitjançant el punt lliscant escollim el valor del radicand. L'activitat mostra el triangle rectangle que té per hipotenusa el radicand sol·licitat i la projecció de la hipotenusa sobre l'eix X. Quan els catets del triangle no són enters, mostra que el triangle té com a catet també un nombre irracional, mantenint la construcció anterior que ens havia permès la seva representació.

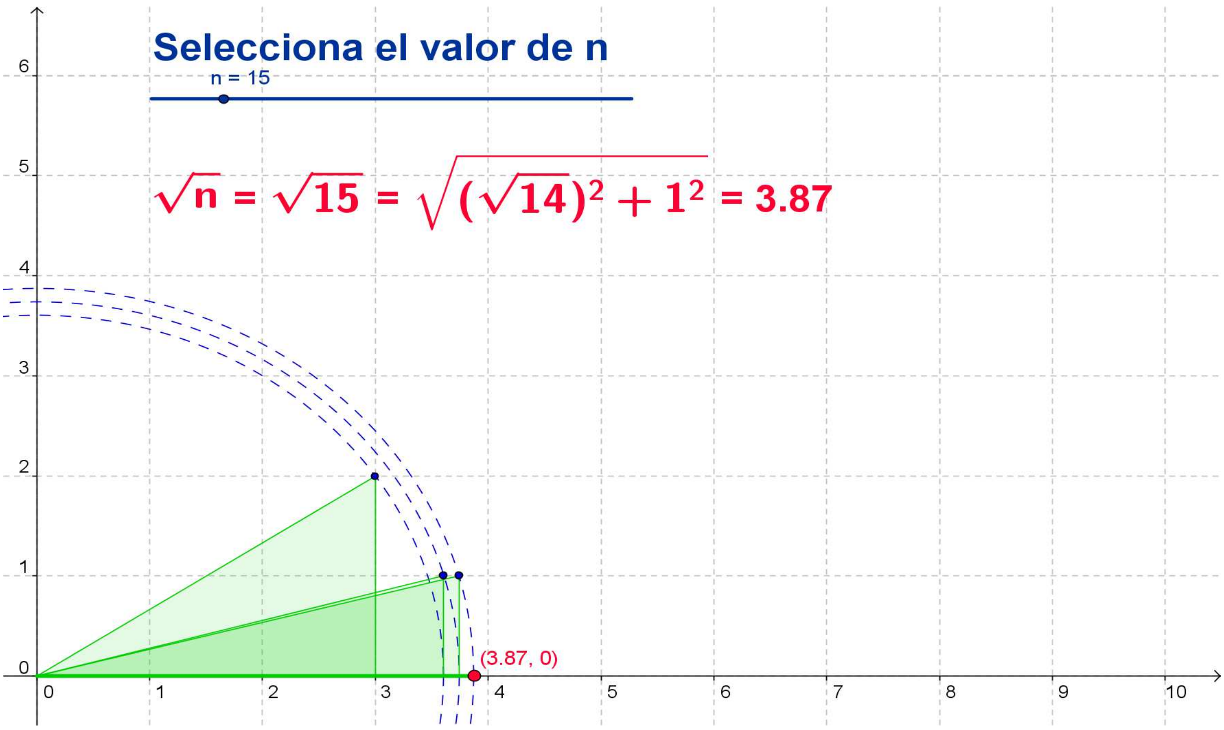


Fig. 2 Representació de nombres irracionals.

2.3.3 Mínim comú múltiple i màxim comú divisor de dos nombres naturals.

Unitat didàctica: Nombres reals.

Bloc: Numeració i càlcul.

Objectius:

- Descompondre un nombre en nombres primers.
- Trobar el mínim comú múltiple i el màxim comú divisor de dos nombres.

Continguts:

- Descomposició d'un nombre en nombres primers.
- Mínim comú múltiple de dos nombres.
- Màxim comú divisor de dos nombres.

Procediments:

- Obtenció dels primers múltiples de dos nombres i selecció del múltiple comú més petit.
- Obtenció dels divisors de dos nombres i selecció del divisor comú més gran.

Instruccions d'ús:

Cal entrar els nombres que es volen descompondre en els requadres corresponents "n_1" i "n_2". Automàticament són descompostos en nombres primers.

Movent el punt lliscant "visualitza" apareix pas a pas el procés de descomposició dels nombres n_1 i n_2.

Un cop descompostos els dos nombres es pot obtenir el mínim comú múltiple i el màxim comú divisor seleccionant les caselles corresponents.

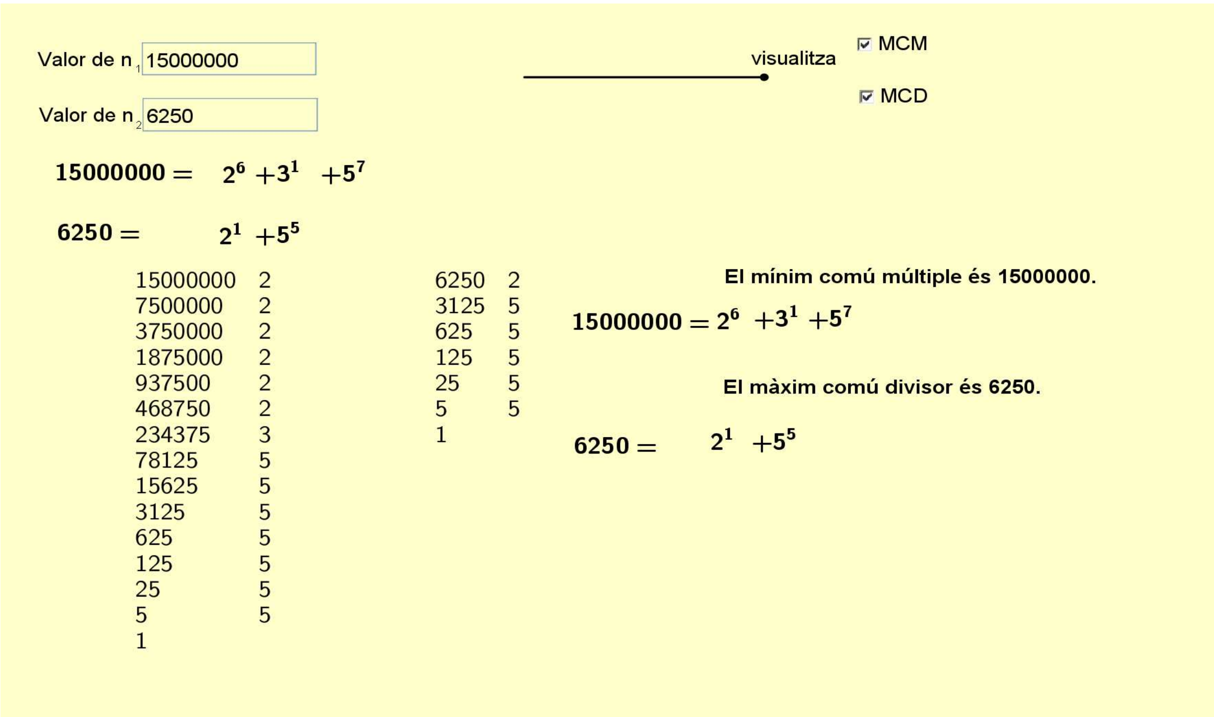


Fig. 3 m.c.m i m.c.d.

2.3.4 Regla de Ruffini.

Unitat didàctica: Polinomis i fraccions algebraiques.

Bloc: Canvi i relacions.

Objectius:

- Reconèixer el grau, els termes i els coeficients d'un polinomi.
- Multiplicar i dividir polinomis.
- Aplicar la regla de Ruffini per dividir un polinomi entre el binomi (x-a).
- Comprendre el concepte d'arrel d'un polinomi.
- Factoritzar un polinomi.
- Fer operacions amb fraccions algebraiques.

Continguts:

- Grau, terme independent i coeficients d'un polinomi.
- Operacions amb polinomis.
- Regla de Ruffini.
- Arrel d'un polinomi.
- Factorització de polinomis.
- Fracció algebraica.
- Aplicació de la regla de Ruffini per dividir un polinomi entre el binomi (x-a).
- Interpretació del concepte d'arrel d'un polinomi.
- Factorització d'un polinomi.
- Simplificació de fraccions algebraiques.

Procediments:

- Identificació del grau, el terme independent i els coeficients d'un polinomi.
- Ordenació dels termes d'un polinomi.
- Distinció de polinomis complets i incomplets.
- Multiplicació de polinomis: aplicació de la propietat distributiva.
- Divisió de polinomis.
- Comprovació de les divisions.

Connexions:

- Numeració i càlcul.

Instruccions d'ús:

Amb el punt lliscant "grau" seleccionem el grau del polinomi, tot seguit, apareixen nous punts lliscants que es corresponen amb els coeficients del polinomi desitjat.

Un cop seleccionat el grau i els coeficients del polinomi, seleccionem amb el punt lliscant "a" el binomi (x-a) que usarem per dividir el polinomi anterior aplicant la regla de Ruffini. L'activitat ens mostra "P(x)=...".

Automàticament ens apareixen a la pantalla totes les operacions fetes al aplicar Ruffini i el quocient i el residu que s'obtenen, mostrant "El quocient és Q(x)=..." i "el residu és...". Al mateix temps ens indica si és una arrel de P(x) i perquè.

Finalment ens mostra el resultat de la divisió: $\frac{P(x)}{(x-a)} = Q(x) + residu$.

Si es selecciona el coeficient independent igual a zero s'indica que, directament, una arrel és zero.

Quan "a" és una arrel es factoritza P(x) indicant que P(x) = (x-a)Q(x).

L'activitat es pot usar per dividir un polinomi per (x-a) o per trobar les arrels del polinomi, fent un procés iteratiu, fins trobar-les totes.

L'activitat és molt útil per comprovar els resultats obtinguts a l'aplicar Ruffini.

Amb el punt lliscant "pas a pas" es pot fer la divisió per Ruffini, com indica el seu nom, pas a pas per comprovar la mecànica de la resolució.

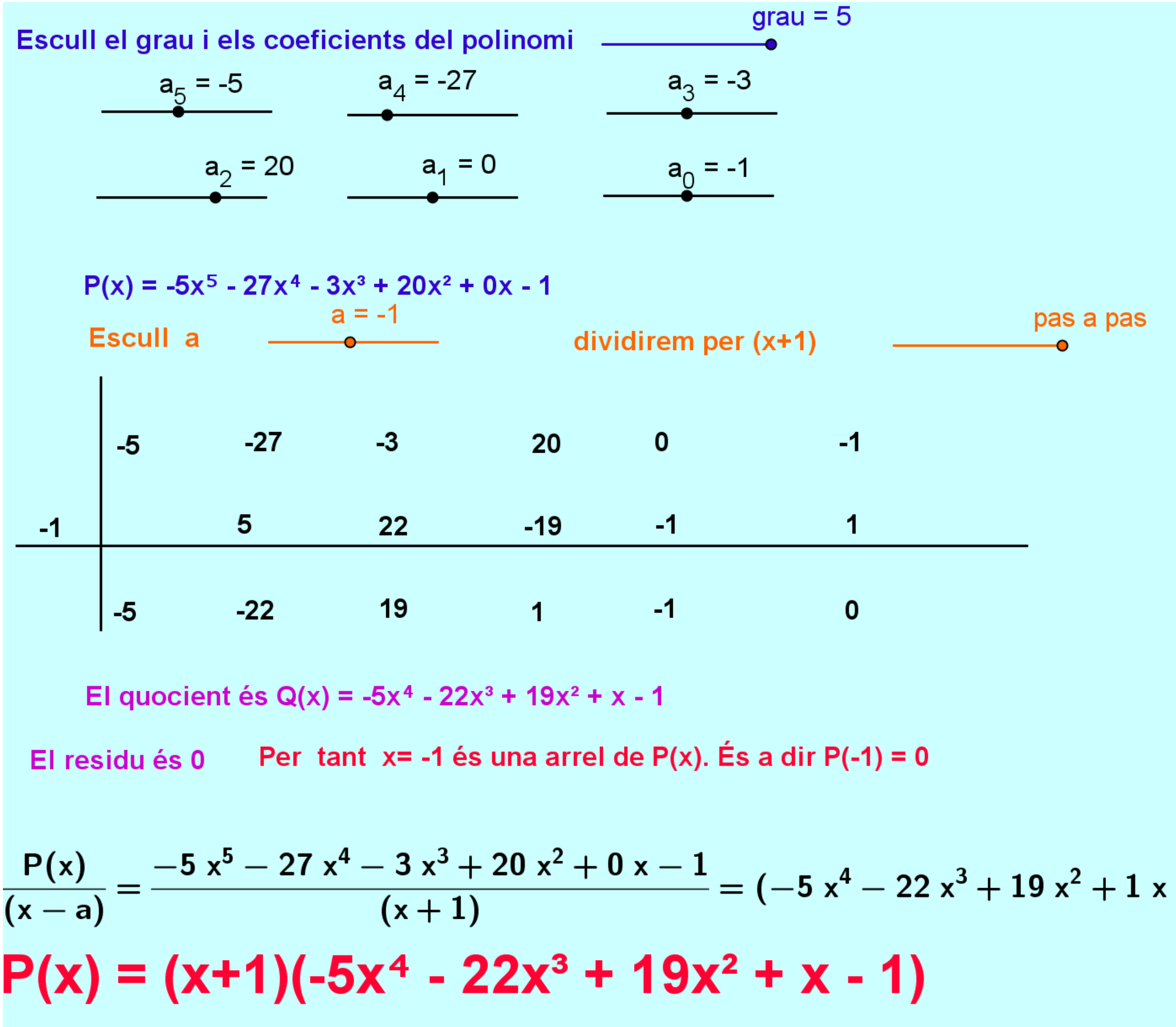


Fig. 4 Càlcul de les arrels aplicant Ruffini.

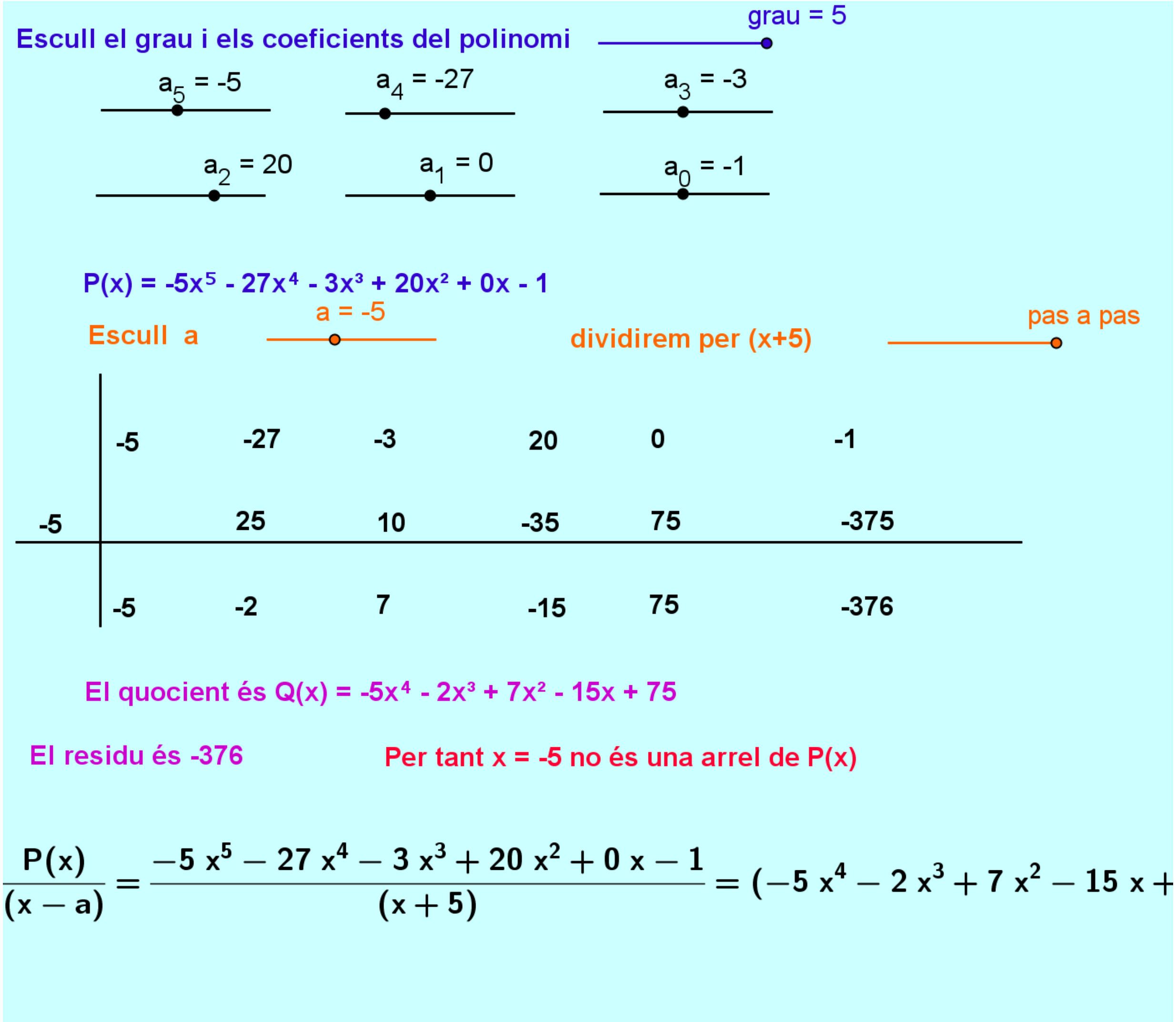


Fig. 5 Divisió aplicant Ruffini.

Simultàniament, en una segona finestra gràfica s'observa la representació gràfica de P(x), mostrant les seves arrels i mostrant gràficament què significa ser una arrel del polinomi.

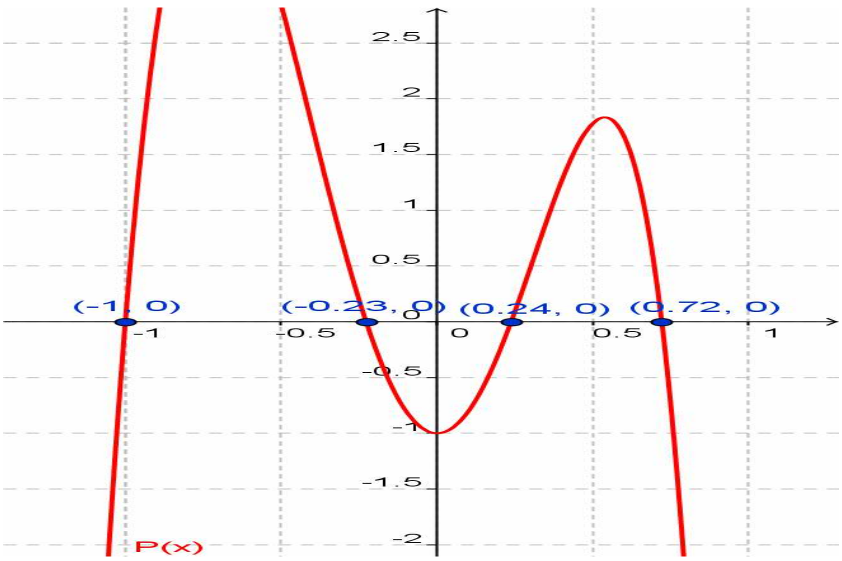


Fig. 6 Representació gràfica de les arrels.

2.3.5 Resolució geomètrica del quadrat d'una suma (Identitat notable).

Unitat didàctica: Polinomis i fraccions algebraiques.

Bloc: Canvi i relacions.

Objectius:

- Visualitzar gràficament la demostració de la identitat notable $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.
- Multiplicar i dividir polinomis.
- Calcular les potencies de polinomis.
- Identificar i desenvolupar igualtats notables.

Continguts:

- Operacions amb polinomis.
- Quadrat d'una suma.

Procediments:

- Identificació i desenvolupament de les igualtats notables.
- Multiplicació de polinomis: aplicació de la propietat distributiva.

Connexions:

- Espai i forma. Àrees.
- Numeració i càlcul.

Instruccions d'ús:

L'activitat transcorre al moure el punt lliscant "visualitza".

Abans de començar s'ha de seleccionar la a i la b de $(a+b)^2$ mitjançant dos punts lliscants "a" i "b".

Al moure "visualitza" a la primera posició apareix dibuixat un quadrat de costat a+b i s'indica que la seva àrea és el quadrat del costat, és a dir $(a+b)^2$.

A la segona posició apareixen dins del primer quadrat dos nous quadrats de costat a i b i s'observa que $a^2 + b^2 < (a+b)^2$.

A l'última posició es comprova geomètricament que el que falta perquè es compleixi la igualtat és 2ab i per tant, $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

L'activitat ens permet treballar la propietat distributiva en la multiplicació de polinomis: $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$.

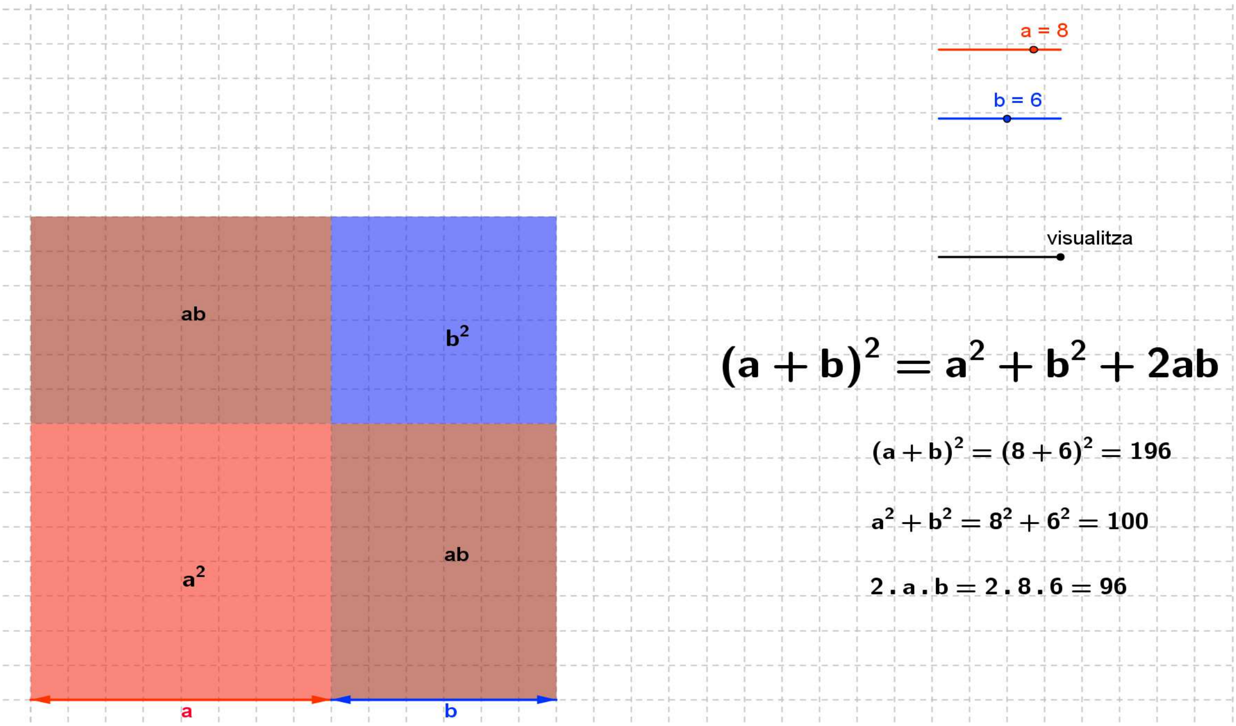


Fig. 7 Resolució geomètrica del quadrat d'una suma.

2.3.6 Resolució geomètrica del quadrat d'una diferència (identitat notable).

La descripció d'aquesta activitat es troba en l'annex.

2.3.7 Resolució geomètrica del producte d'una suma per una diferència (identitat notable).

La descripció d'aquesta activitat es troba en l'annex.

2.3.8 Resolució geomètrica d'una equació de segon grau (b positiu).

Unitat didàctica: Equacions i inequacions.

Bloc: Canvi i relacions.

Objectius:

- Reconèixer les equacions de segon grau.
- Resoldre equacions de segon grau geomètricament.
- Resoldre problemes mitjançant equacions de segon grau.

Continguts:

- Equacions de segon grau.
- Reconeixement i classificació de les equacions de segon grau.
- Resolució d'equacions de segon grau completes amb b>0.

Procediments:

- Identificació d'una equació de segon grau.
- Resolució geomètrica d'equacions de segon grau completes amb b>0.
- Plantejament i resolució geomètrica de problemes per mitjà d'equacions de segon grau amb b>0.

Connexions:

- Història: Presentació de Mohamed Ben-Musa Al-Khwarazmi, i la situació històrica de l'època que va viure.
- Numeració i càlcul.
- Espai i forma.

Instruccions d'ús:

Aquesta activitat permet l'estudi del context històric que va viure Mohamed Ben-Musa Al-Khwarazmi, tan socialment com matemàticament.

L'activitat combina la resolució geomètrica amb la resolució algebraica per familiaritzar l'alumnat amb la notació matemàtica. Obtenim també la solució negativa, tot i que els àrabs no la consideraven.

L'activitat funciona amb el punt lliscant "visualitza".

Per començar cal seleccionar els paràmetres b i c de l'equació de segon grau $x^2+bx=c$ amb els punts lliscants "b" i "c".

A la següent posició ens apareix un quadrat de costat x i àrea x^2.

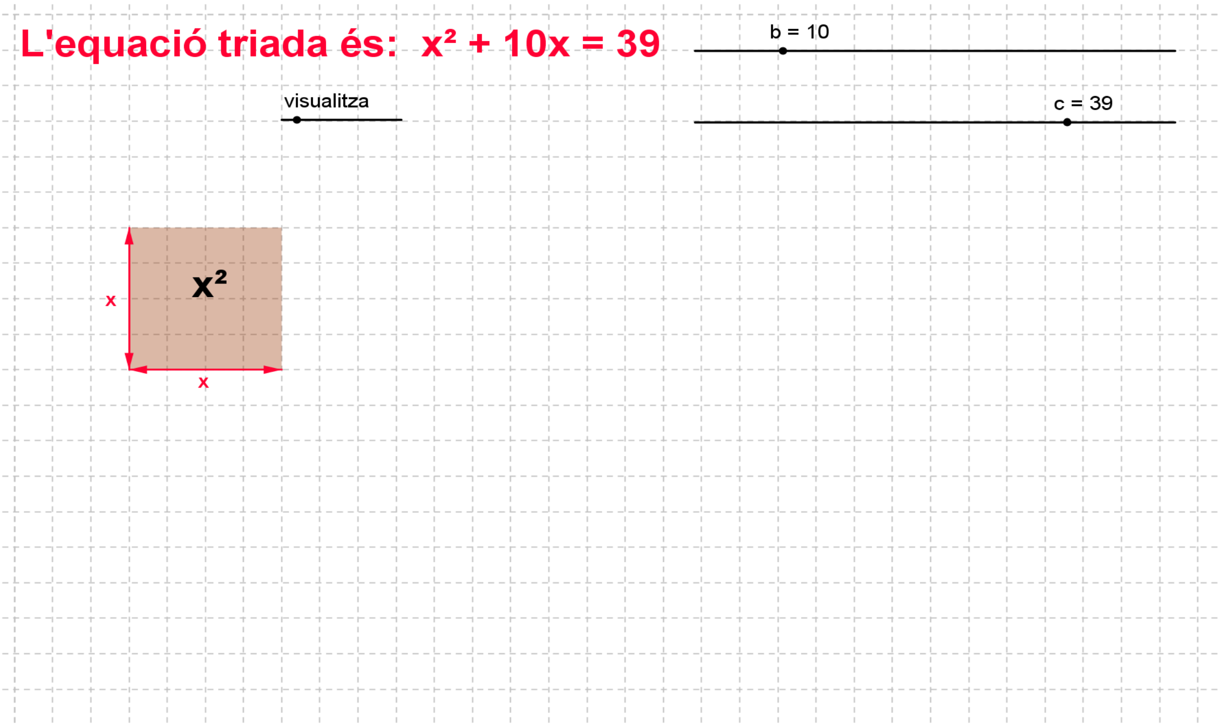


Fig. 8 Resolució geomètrica d'una equació de segon grau amb b>0 (I).

A la tercera posició s'hi afegeix un rectangle de costats x i b formant un nou rectangle que tindrà una àrea igual a c, tal com se'ns indica a la quarta posició.

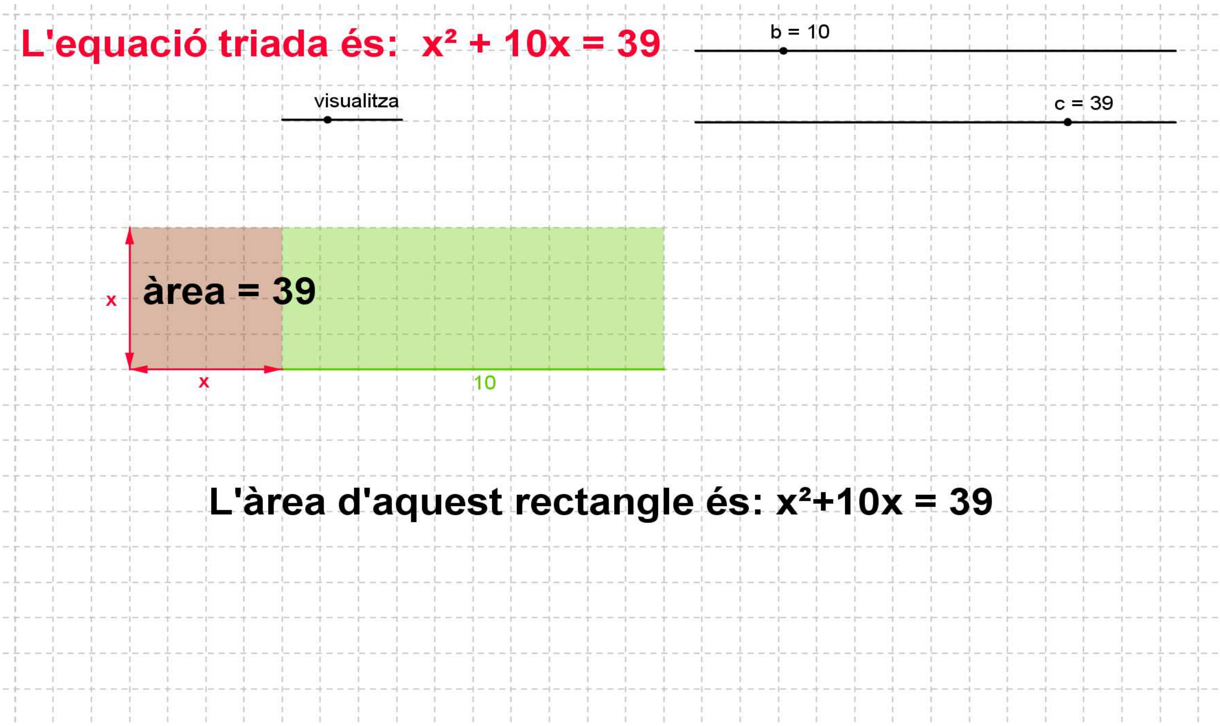


Fig. 9 Resolució geomètrica d'una equació de segon grau amb b>0 (II).

A la cinquena posició descomponem el rectangle adossat en dos.

A la sisena posició una animació mou una de les meitats i la col·loca a sota del quadrat.

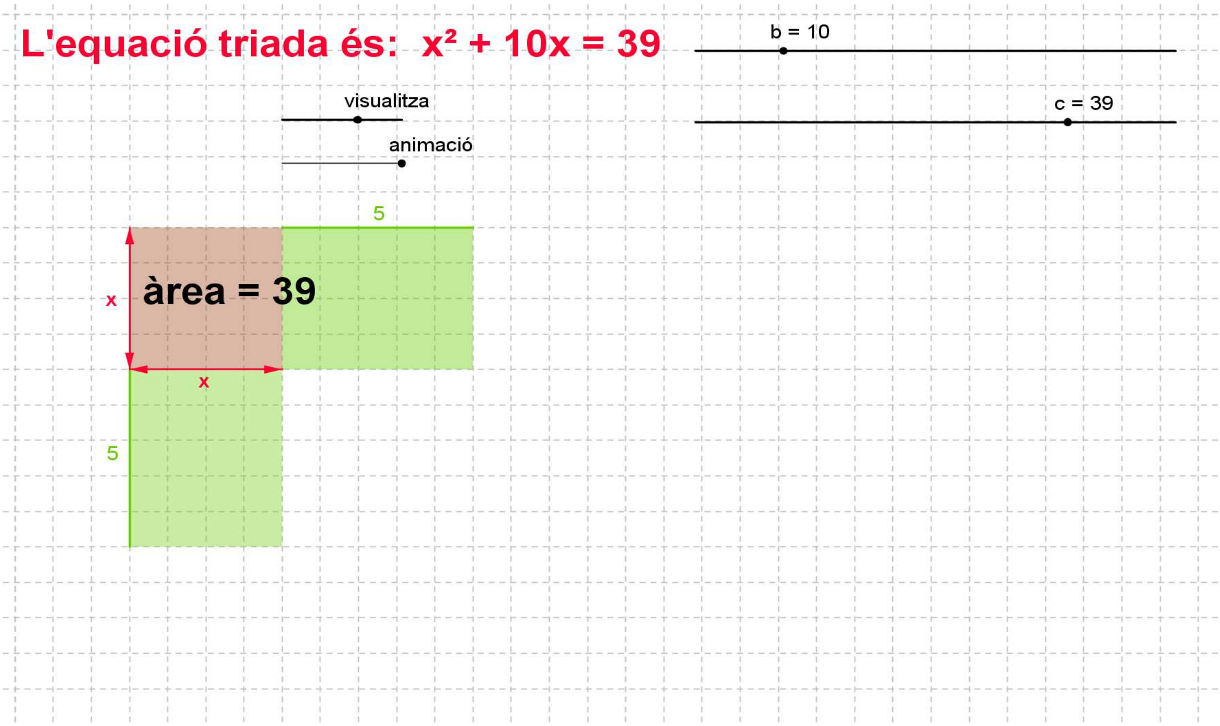


Fig. 10 Resolució geomètrica d'una equació de segon grau amb b>0 (III).

A la setena posició hi afegim un nou quadrat de costat b/2 formant un nou quadrat de costat x+b/2.

A la vuitena posició observem que l'àrea d'aquest quadrat és $\left(c+\frac{b}{2}\right)^2$.

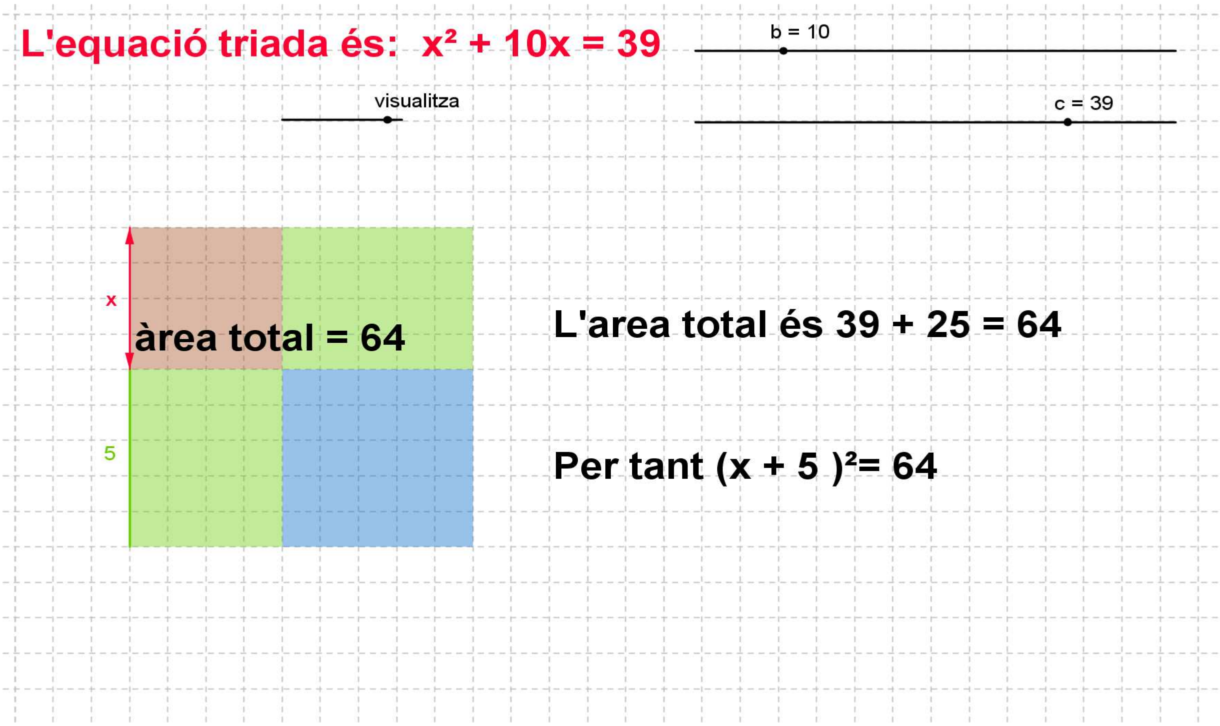


Fig. 11 Resolució geomètrica d'una equació de segon grau amb b>0 (IV).

I a la novena posició, i darrera, resolem l'equació.

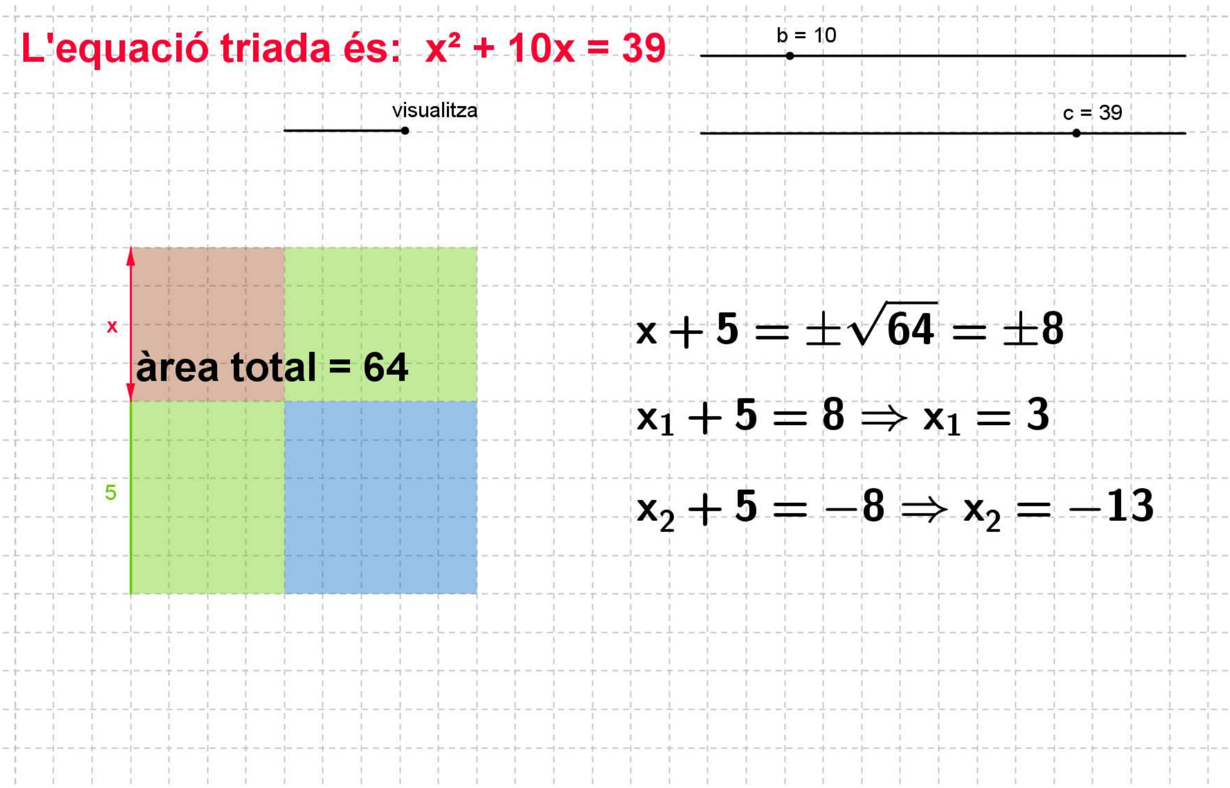


Fig. 12 Resolució geomètrica d'una equació de segon grau amb b>0 (V).

2.3.9 Resolució geomètrica d’una equació de segon grau (b negatiu).

La descripció d’aquesta activitat es troba en l’annex.

2.3.10 Equacions de primer i segon grau.

Unitat didàctica: Equacions i inequacions.

Bloc: Canvi i relacions.

Objectius:

- Identificar les equacions, el seu grau, i les seves solucions.
- Resoldre equacions de primer grau. Transposició de termes.
- Reconèixer les equacions de segon grau.
- Resoldre equacions de segon grau.
- Resoldre problemes mitjançant equacions de segon grau.

Continguts:

- L’equació com a igualtat.
- Elements d’una equació: incògnites, coeficients, membres, termes i grau.
- Transposició de termes.
- Resolució d’equacions de primer grau.
- Equacions de segon grau.
- Reconeixement i classificació de les equacions de segon grau.
- Resolució d'equacions de segon grau.

Procediments:

- Identificació d’una equació de segon grau.
- Resolució d’equacions de segon grau.
- Plantejament i resolució de problemes per mitjà d’equacions de segon grau.

Connexions:

- Numeració i càlcul: Nombres reals, operacions amb arrels i operacions amb fraccions.

Instruccions d’ús:

Primer de tot s’escull el grau de l’equació: primer o segon grau.

PRIMER GRAU

Seleccionem els paràmetres b i c de l’equació bx + c = 0. Automàticament apareix la recta que representa la funció bx + c i observem el punt on talla l’eix X. Aquest punt serà la solució de l’equació.

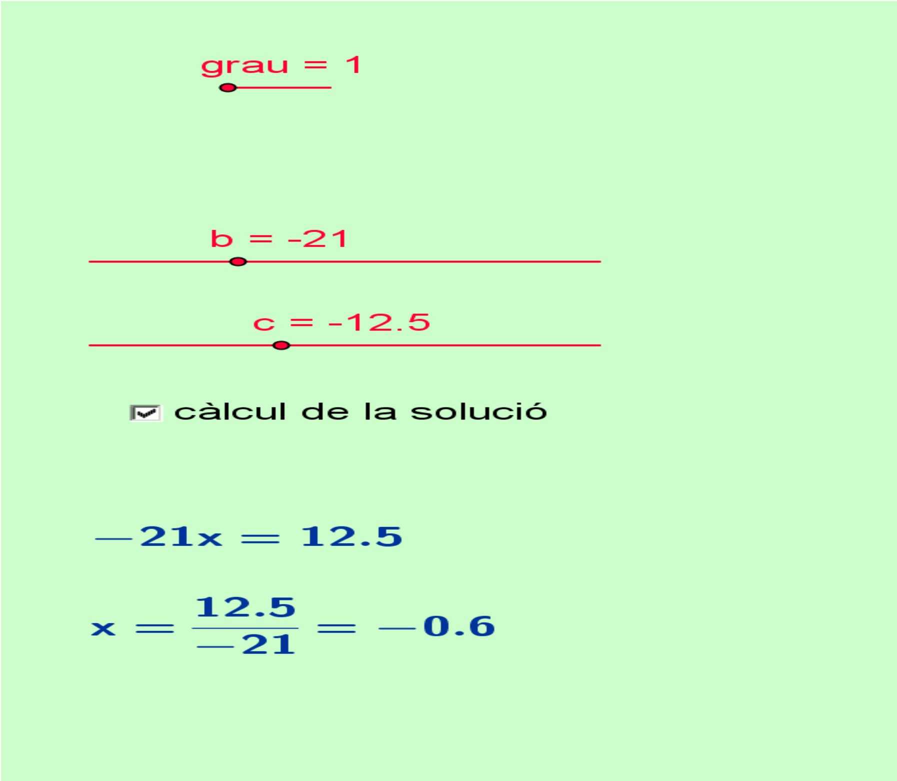


Fig. 13 Resolució algebraica d'una equació de primer grau.

Marcant la casella “càlcul de la solució” obtenim la resolució algebraica de l’equació.

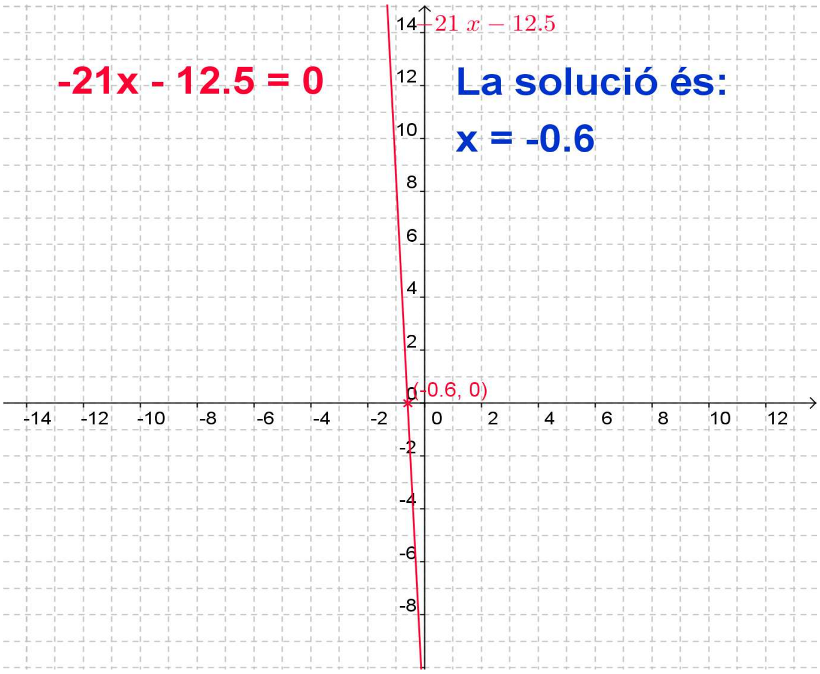


Fig. 14 Resolució gràfica d'una equació de primer grau.

SEGON GRAU

Seleccionem els paràmetres a, b, i c de l’equació $ax^2 + bx + c = 0$. Automàticament apareix la representació de la funció $ax^2 + bx + c$ introduïda, i observem els punts on talla l’eix X. Aquestes seran les solucions de l’equació.

L'activitat ens indica si hi ha dues, una, o cap solució real en funció del discriminant.

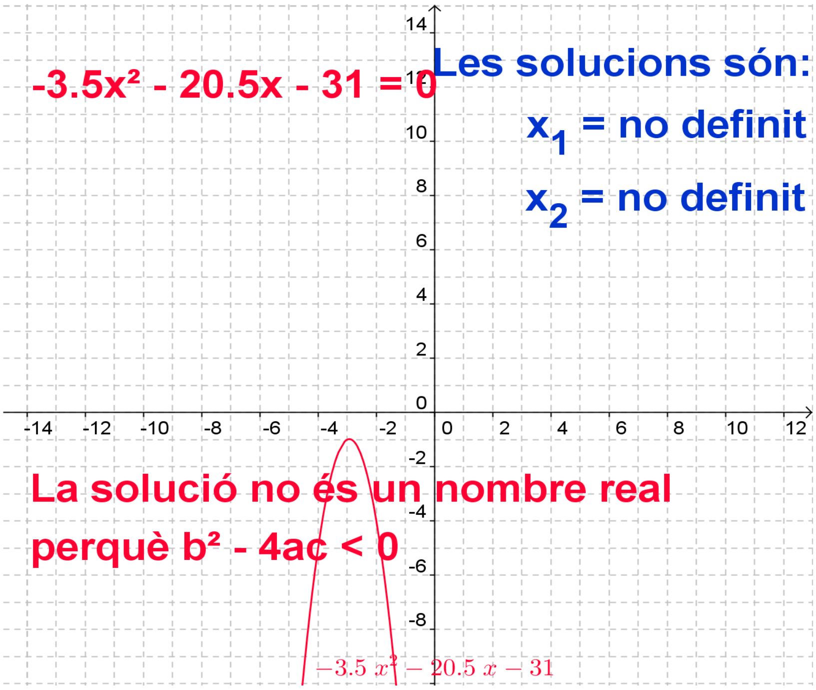


Fig. 15 Resolució gràfica d'una equació de segon grau amb discriminant negatiu.

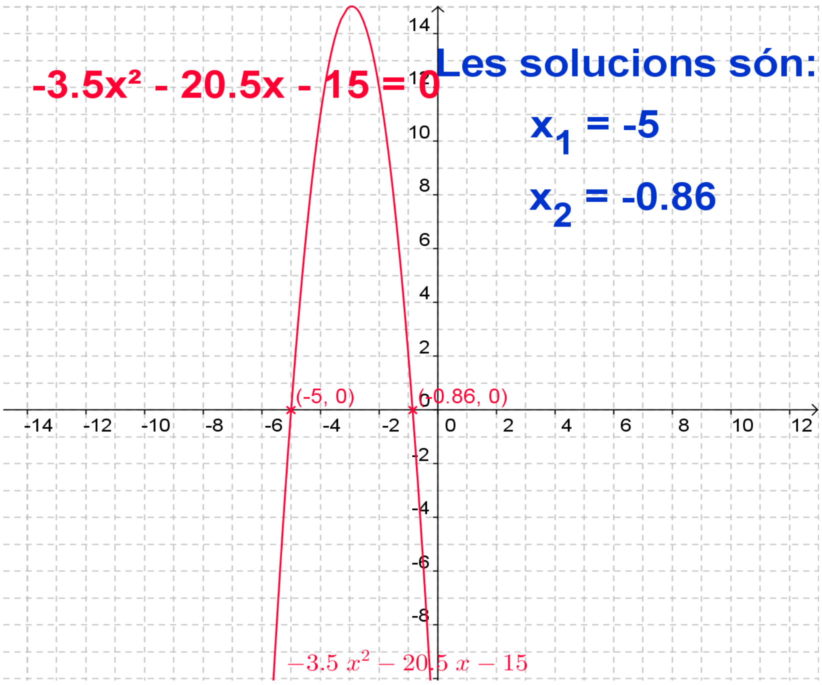


Fig. 16 Resolució gràfica d'una equació de segon grau amb discriminant positiu.

Marcant la casella "càlcul de la solució" obtenim la resolució algebraica de l'equació, diferenciant el mètode de resolució si l'equació es completa o incompleta.

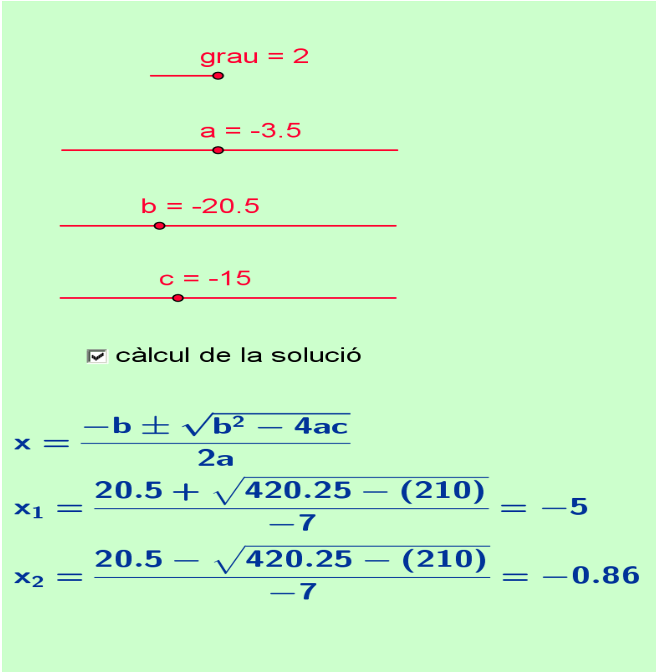


Fig. 17 Resolució algebraica d'una equació de segon grau.

2.3.11 Equacions de primer i segon grau.

La descripció d'aquesta activitat es troba en l'annex.

2.3.12 Inequacions.

Unitat didàctica: Equacions i inequacions.

Bloc: Canvi i relacions.

Objectius:

- Reconèixer les inequacions.
- Resoldre inequacions.
- Resoldre problemes mitjançant inequacions.

Continguts:

- L'equació com a desigualtat.
- Resolució d'inequacions i representació del conjunt de solucions.

Procediments:

- Identificació d'una inequació.
- Resolució d'inequacions i representació del conjunt de solucions..
- Plantejament i resolució de problemes per mitjà d'inequacions.

Connexions:

- Numeració i càlcul: Nombres reals.

Instruccions d'ús:

Cal escriure la funció dins del requadre "Escriu la funció" i seleccionar la desigualtat desitjada amb un dels quatre botons que apareixen a la pantalla: >, ≥, < i ≤. Automàticament ens apareix l'expressió algebraica de la inequació i la representació gràfica i algebraica de les solucions.

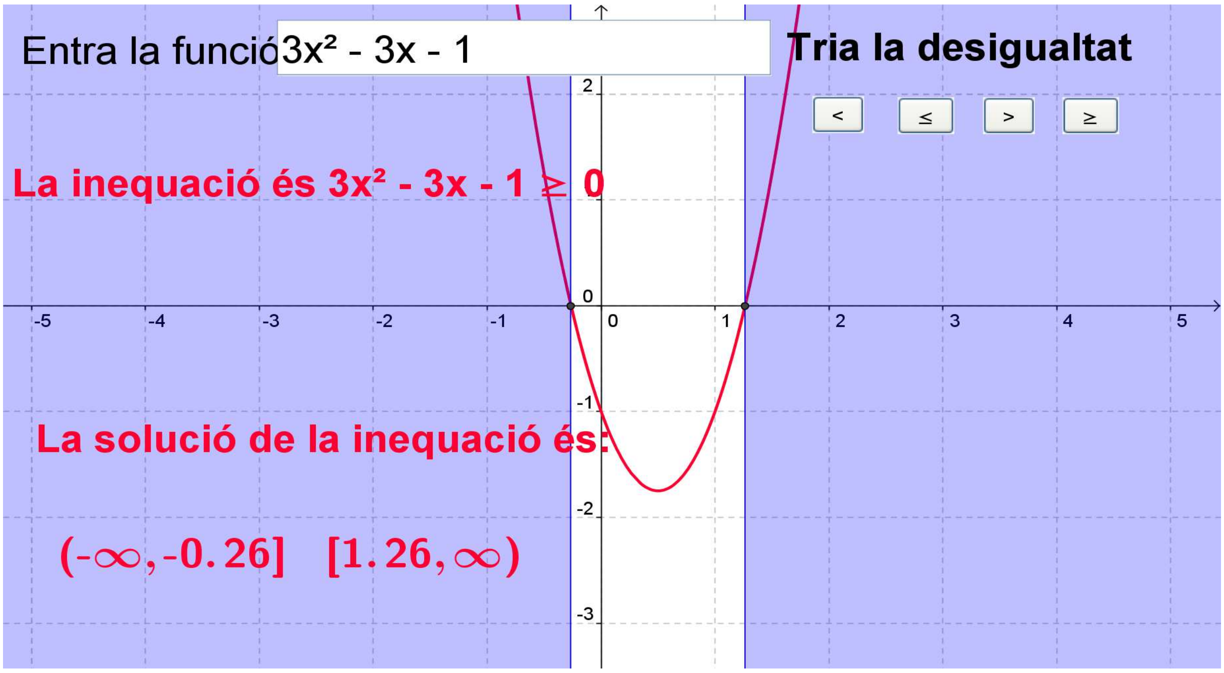


Fig. 18 Resolució gràfica d'una inequació.

2.3.13 Sistemes d'equacions lineals.

Unitat didàctica: Sistemes d'equacions.

Bloc: Numeració i càlcul.

Objectius:

- Determinar gràficament les solucions d'un sistema de dues equacions, lineals i no lineals, amb dues incògnites.
- Aplicar els sistemes d'equacions en la resolució de problemes.

Continguts:

- Sistemes d'equacions, lineals i no lineals.
- Resolució de sistemes de dues equacions amb dues incògnites gràficament.
- Determinació gràfica de les solucions d'un sistema.

Procediments:

- Identificació dels sistemes d'equacions amb dues incògnites.
- Representació gràfica de sistemes.
- Resolució gràfica de problemes mitjançant sistemes de dues equacions.

Connexions:

- Numeració i càlcul: Nombres reals, operacions amb nombres reals.

Instruccions d'ús:

Primer de tot s'escull el grau de les dues equacions: primer o segon grau.

Un cop escollit el grau seleccionem els coeficients de les dues equacions. Simultàniament n'obtenim la representació gràfica.

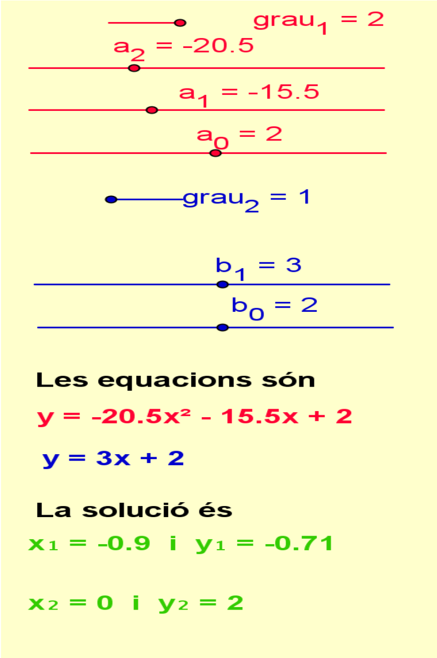


Fig. 19 Resolució algebraica d'un sistema d'equacions.

La solució del sistema seran els punts on es tallin les dues equacions.

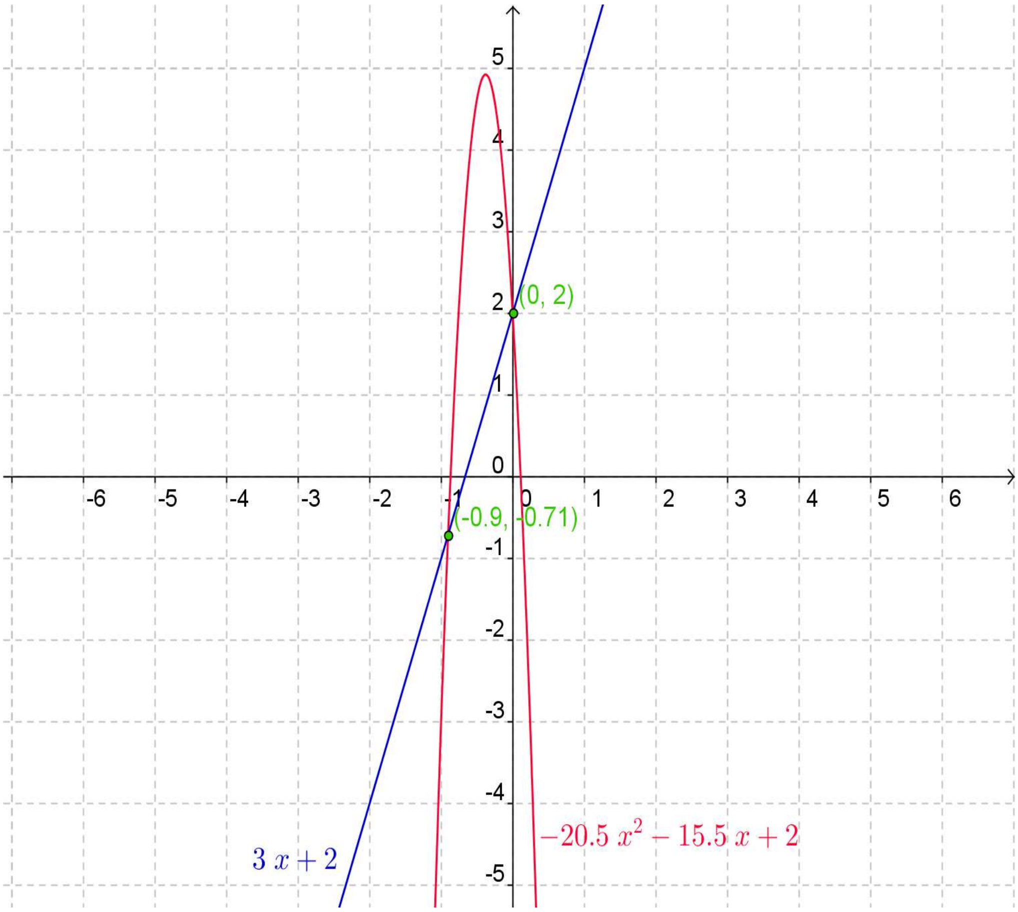


Fig. 20 Resolució gràfica d'un sistema d'equacions.

2.3.14 Aplicació del teorema de Tales.

Unitat didàctica: Semblances.

Bloc: Mesura.

Objectius:

- Formular i aplicar el teorema de Tales.
- Reconèixer i dibuixar triangles semblants.
- Aplicar les tècniques de semblances als problemes de càlcul de distàncies entre punts inaccessibles.

Continguts:

- Teorema de Tales
- Escales.
- Aplicació del teorema de Tales en contextos diferents.
- Valoració de les eines que proporciona l'estudi de figures semblants per a la resolució de nombrosos problemes de la vida real.

Procediments:

- Càlcul d'un segment, coneguts els altres tres segments en els quals dues rectes paral·leles tallen dues rectes qualsevol.
- Divisió d'un segment en un nombre de parts iguals.

Connexions:

- Numeració i càlcul: Números racionals, raons i proporcions.
- Espai i forma: Proporcionalitat geomètrica.
- Història: Presentació de Tales de Milet, i la situació històrica de l'època que va viure.

Instruccions d'ús:

Aquesta activitat permet l'estudi del context històric que va viure Tales de Milet, tan socialment com matemàticament.

L'activitat demostra que si tenim dues rectes secants tallades per dues rectes paral·leles els segments que es formen sobre una de les rectes són proporcionals als formats sobre l'altre recta.

Es pot bellugar el punt C amb el ratolí per dibuixar les rectes secants que es vulgui.

Amb el punt lliscant es determina la longitud del segment a.

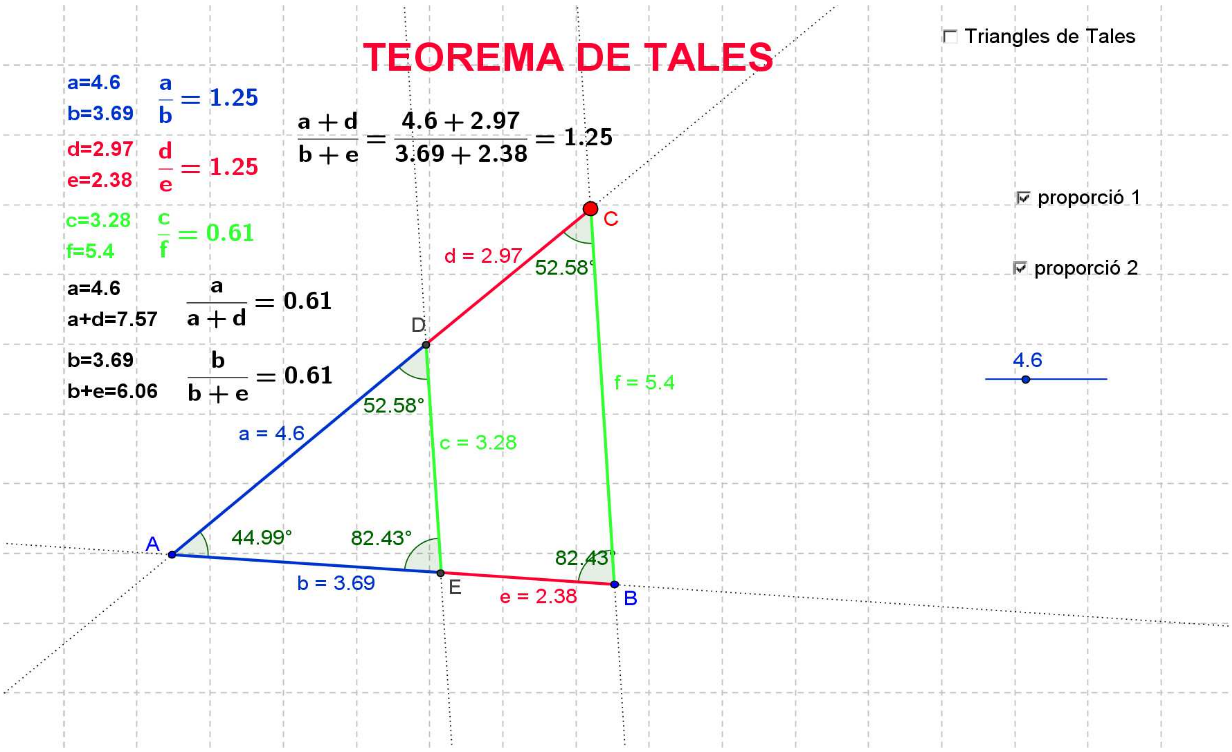


Fig. 21 Teorema de Tales.

Si es selecciona la casella “Triangles de Tales” es comprova que hi ha dos triangles en posició de Tales que tenen els angles iguals.

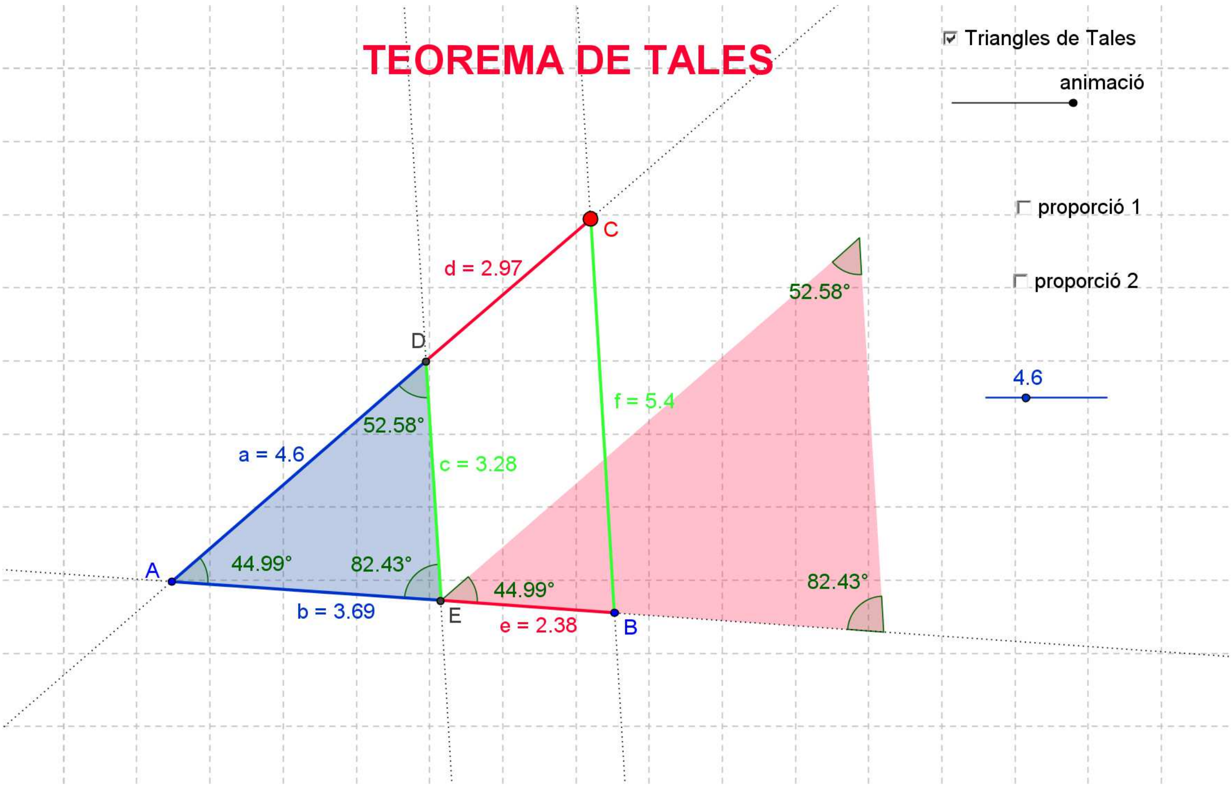


Fig. 22 Triangles en posició de Tales.

2.3.15 Criteris de semblança de triangles.

La descripció d'aquesta activitat es troba en l'annex.

2.3.16 Semblances.

Unitat didàctica: Semblances.

Bloc: Mesura.

Objectius:

- Visualitzar gràficament la semblança de dues figures.
- Relacionar les àrees de figures semblants.

Continguts:

- Criteris de semblança de polígons.
- Quocient entre les superfícies de dues figures semblants.

Procediments:

- Aplicació dels criteris de semblança per calcular els elements d'un polígon.
- Obtenció de les mesures dels costats d'un rectangle si en coneixem l'àrea i els costats d'un rectangle semblant.

Connexions:

- Espai i forma.

Instruccions d'ús:

Per aquesta unitat didàctica farem servir l'apartat "homotècia".

Podem construir qualsevol figura bellugant els sis punts de la figura original (la de color blau).

Es pot col·locar el punt P del centre d'homotècia a qualsevol lloc.

Es pot establir la raó de semblança bellugant el punt lliscant "r".

L'activitat ens indica que la relació d'àrees és igual al quadrat de la raó i que la relació dels costats és igual a la raó.

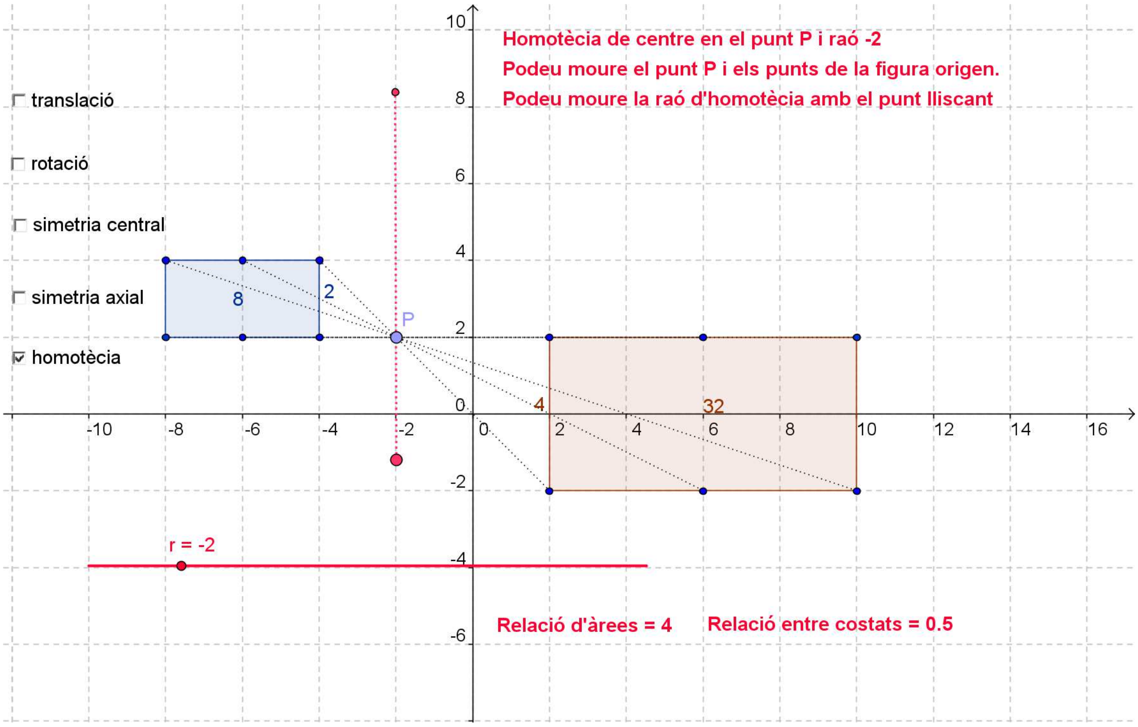


Fig. 23 Semblança de dues figures.

Amb aquesta activitat es poden treballar tots els moviments: translació, rotació, simetria central i simetria axial. No en faig la descripció perquè no estan dins del currículum de 4t d'ESO.

2.3.17 La circumferència unitat i les raons trigonomètriques.

Unitat didàctica: Trigonometria.

Bloc: Espai i forma.

Objectius:

- Conèixer les raons trigonomètriques.
- Relacionar les raons trigonomètriques d'un angle.
- Interpretar geomètricament les raons trigonomètriques.
- Relacionar graus i radians.

Continguts:

- Definicions de sinus, cosinus i tangent.
- Relació fonamental de la trigonometria. Tangent en funció de sinus i cosinus.
- Definició de radian.

Procediments:

- Sinus, cosinus i tangent de triangles rectangles.
- Obtenció de dues raons trigonomètriques, coneguda la tercera.
- Conversió d'angles expressats en graus a radians i viceversa.

Connexions:

- Mesura.
- Numeració i càlcul.
- Canvi i relacions.

Instruccions d'ús:

A la pàgina principal hi ha una circumferència de radi unitat i un punt lliscant anomenat “α” que ens permet variar l’angle. Tenim sis raons trigonomètriques per escollir: sinus, cosinus, tangent, cosecant, secant i cotangent. Per cada una d’elles s’obren tres caselles més: punts, traç i gràfica.

Quan seleccionem una de les raons trigonomètriques es representa a la circumferència unitat el valor de la raó i es dóna l’expressió algebraica.

Si es selecciona la casella punts, es representen les coordenades del valor de la raó sobre uns eixos en radians. Així relacionem els graus i els radians.

Si es selecciona traç es va dibuixant la gràfica de la raó a mida que anem bellugant el punt lliscant “α”.

Si marquem la casella Gràfica ens apareix la representació de la raó entre 0 i 2π radians.

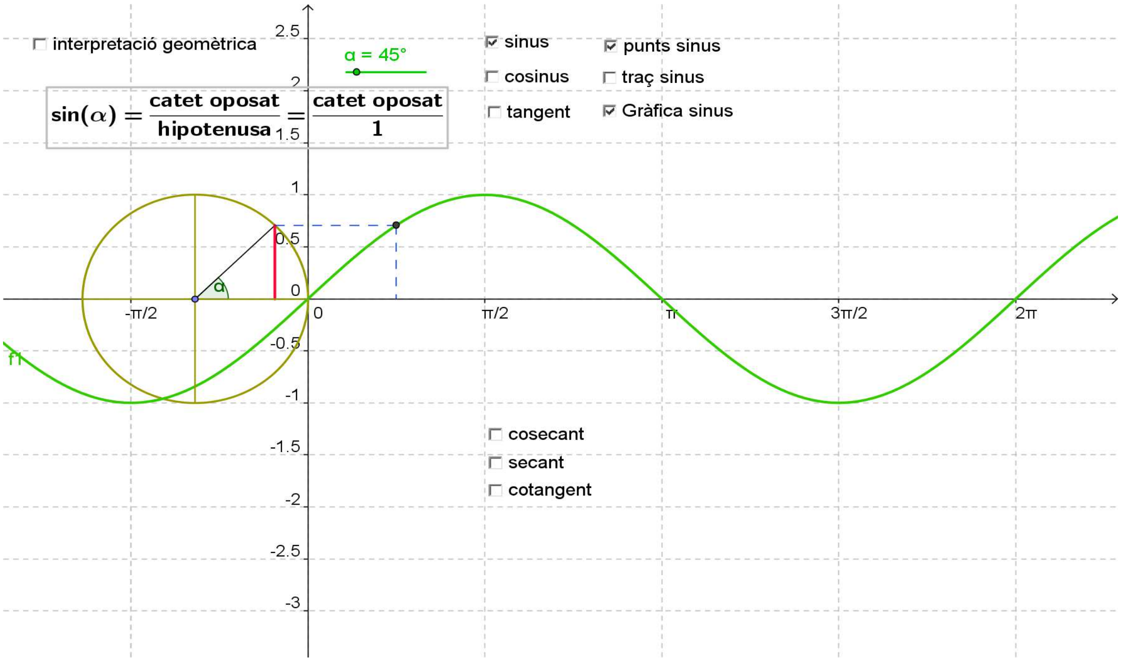


Fig. 24 Sinus.

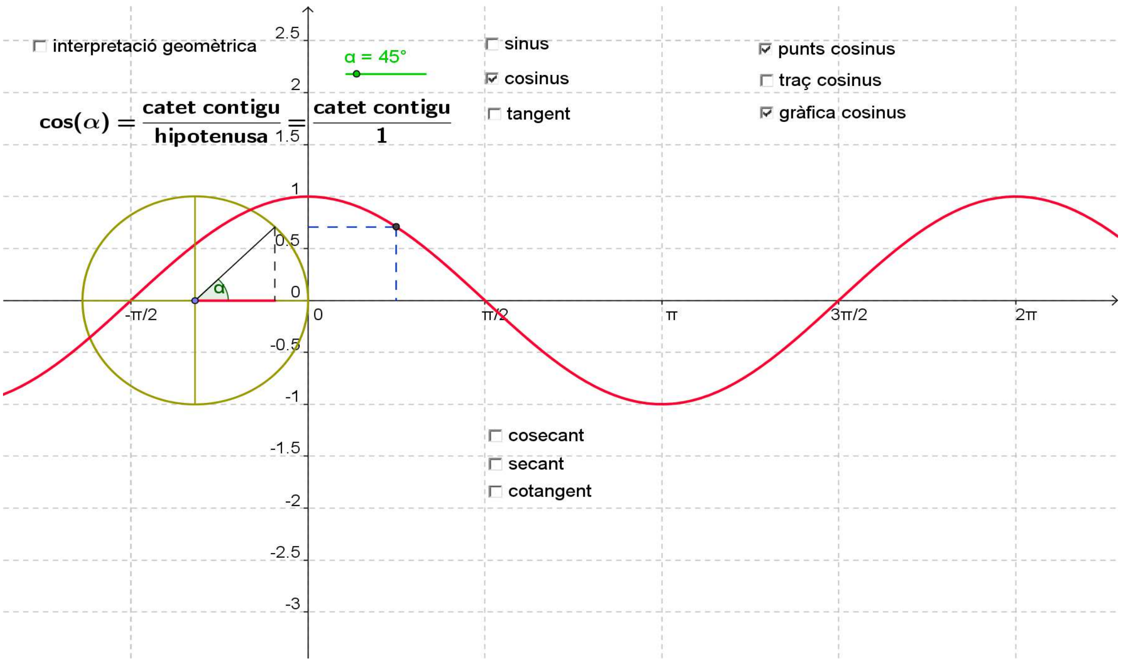


Fig. 25 Cosinus.

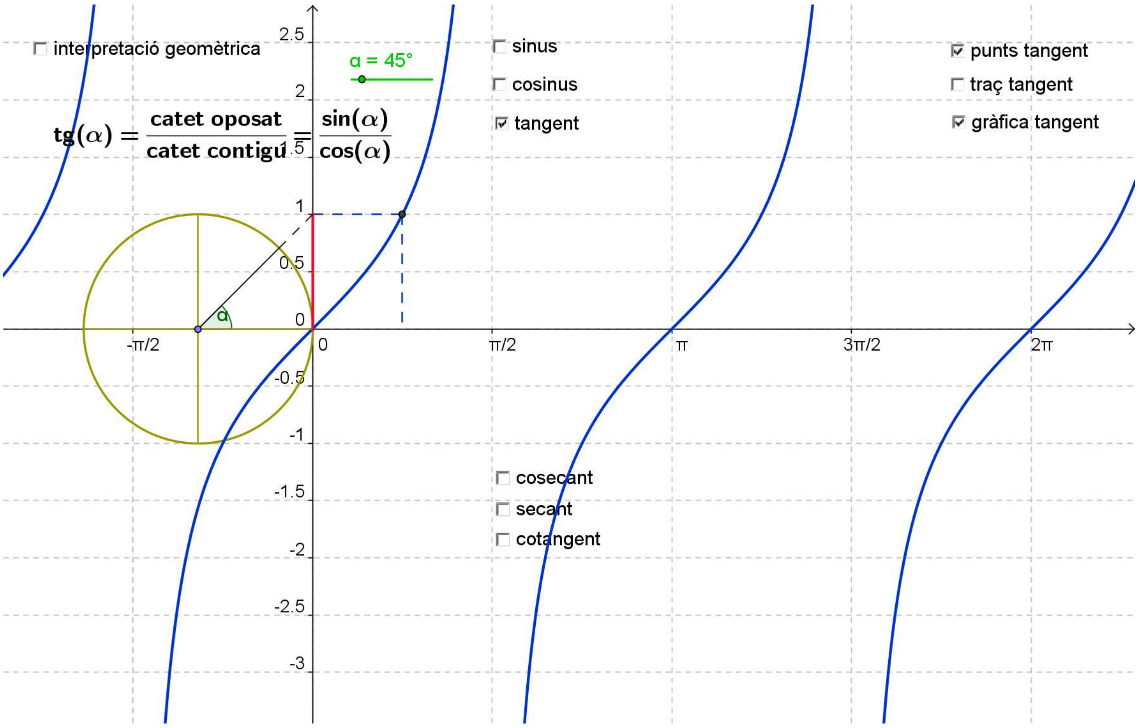


Fig. 26 Tangent.

Finalment l'última casella ens fa la interpretació geomètrica de totes les raons trigonomètriques sobre la circumferència unitat.

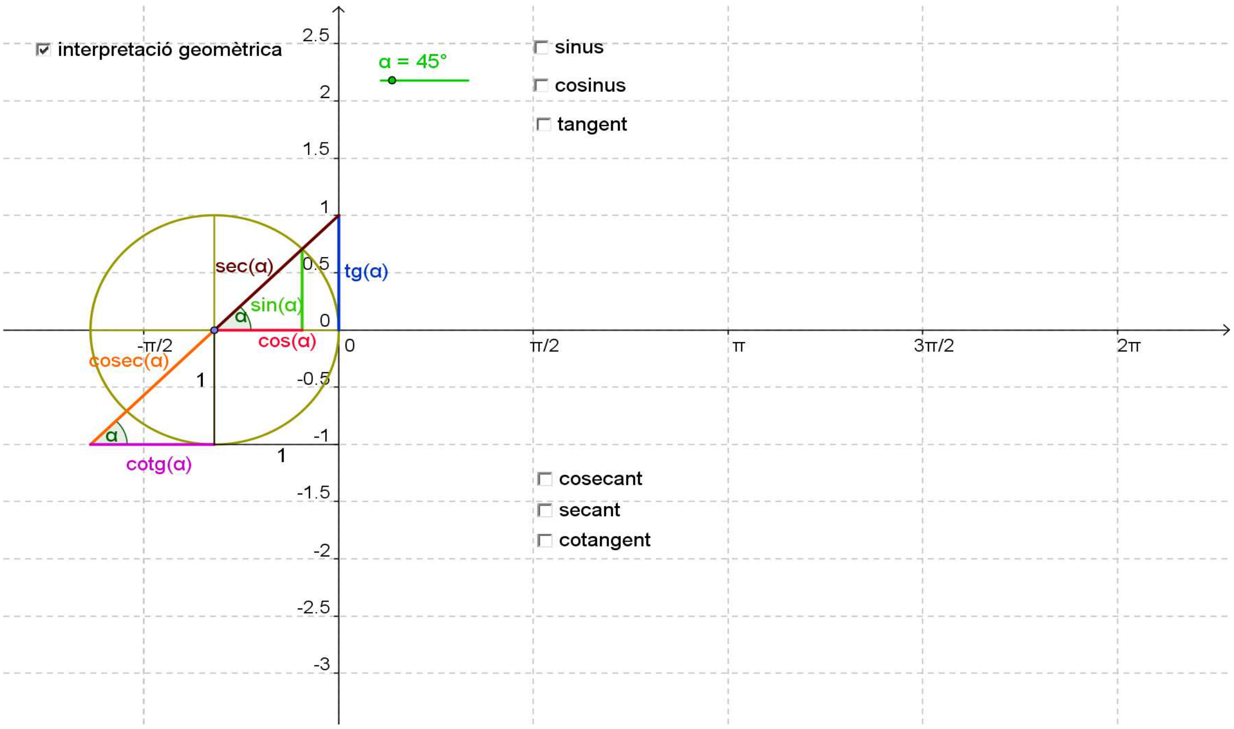


Fig. 27 Interpretació geomètrica de les raons trigonomètriques.

2.3.18 Operacions amb vectors.

Unitat didàctica: Geometria analítica.

Bloc: Canvi i relacions.

Objectius:

- Identificar els elements d'un vector.
- Efectuar operacions amb vectors.
- Obtenir la distància entre dos punts del pla.

Continguts:

- Coordenades d'un vector.
- Mòdul direcció i sentit.
- Vectors equivalents i paral·lels.
- Suma i resta de vectors.
- Multiplicació d'un vector per un nombre.
- Suma d'un punt i un vector.

Procediments:

- Càlcul del mòdul d'un vector a partir de les seves coordenades.
- Identificació de vectors equivalents i paral·lels.
- Operacions amb vectors, gràficament i analíticament.
- Operacions amb punts i vectors, gràficament i analíticament.

Connexions:

- Numeració i càlcul.
- Espai i forma.
- Mesura.

Instruccions d'ús:

A la pàgina principal tenim dibuixats dos vectors que es poden definir bellugant els seus punts origen i final i desplaçant-lo per qualsevol lloc de la finestra gràfica.

Si marquem la casella suma, apareix la resolució gràfica i analítica de la suma dels dos vectors.

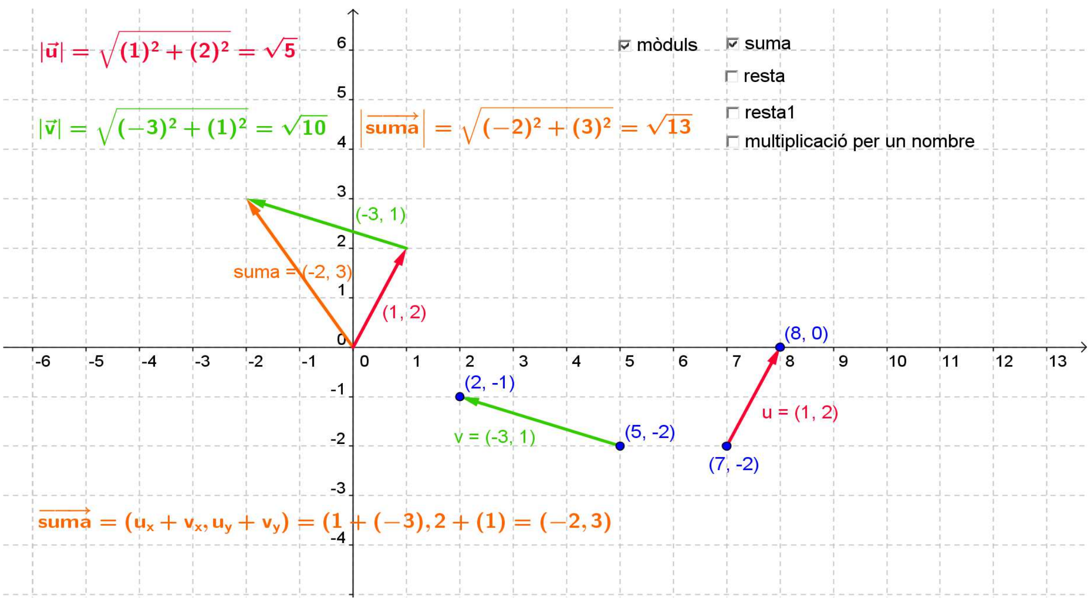


Fig. 28 Suma de dos vectors.

Si marquem la casella resta, apareix la resolució gràfica i analítica de la resta dels dos vectors.

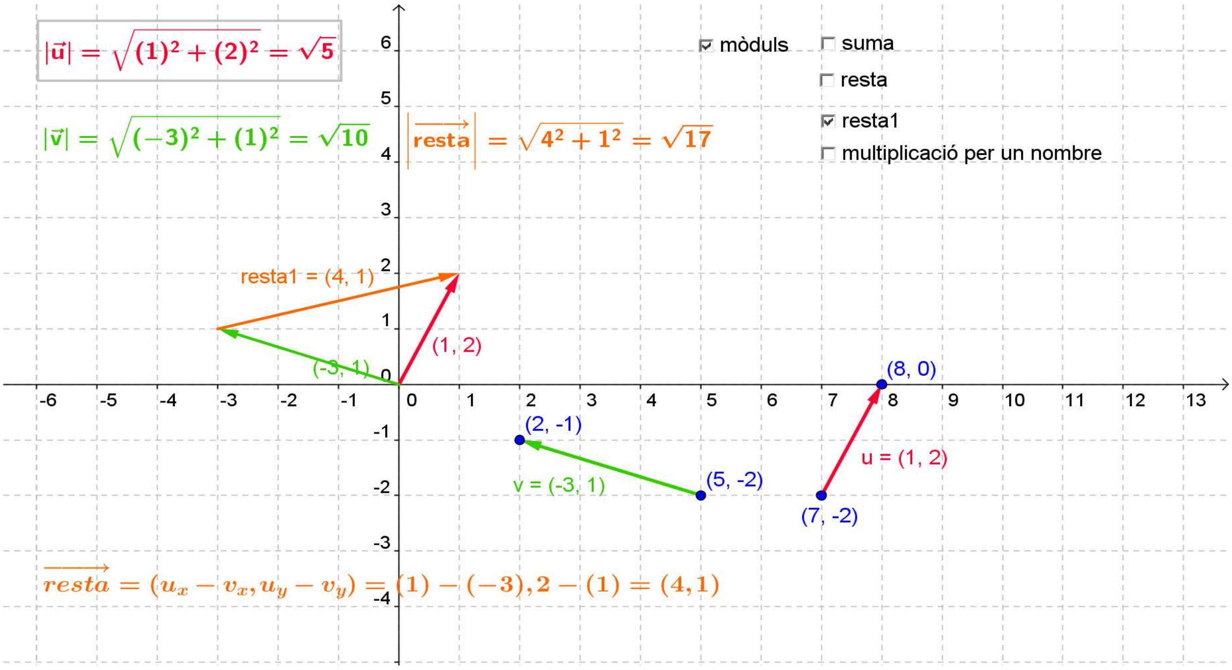


Fig. 29 Resta de dos vectors.

Si marquem la casella producte, apareix la resolució gràfica i analítica del producte d'un nombre per un vector.

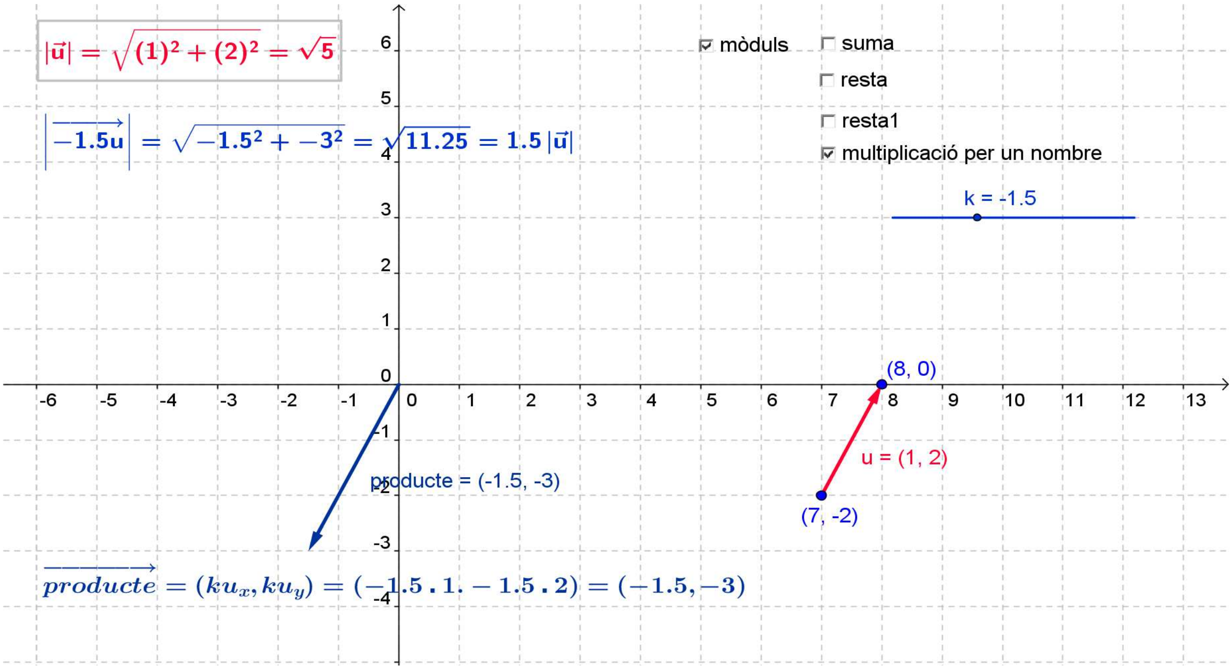


Fig. 30 Multiplicació d'un nombre per un vector.

2.3.19 Rectes.

Unitat didàctica: Geometria analítica.

Bloc: Canvi i relacions.

Objectius:

- Expressar les rectes mitjançant les seves diferents equacions.
- Posicions relatives de dues rectes.

Continguts:

- Equacions vectorial i paramètriques d'una recta.
- Equacions contínua i punt-pendent.
- Vector director, pendent i ordenada a l'origen de la recta.
- Equacions explícita i general.

Procediments:

- Expressió de les diferents equacions d'una recta: vectorial, paramètriques, contínua, punt-pendent, explícita i general, donats dos dels seus punts.
- Obtenció del vector director i de l'ordenada a l'origen d'una recta.
- Estudi de la posició relativa de dues rectes.
- Identificació de rectes paral·leles als eixos de coordenades.

Connexions:

- Numeració i càlcul.
- Mesura.

Instruccions d'ús:

A la pàgina principal se'ns demana que escollim el vector director "v" i un punt "A_V" per on passi la recta que, automàticament, ens apareix representada gràficament.

També tenim una sèrie de caselles que ens indiquen totes les possibles representacions algebraiques d'una recta.

Equació vectorial.

Si marquem l'equació vectorial ens apareix l'expressió general i l'expressió particular de la recta triada.

Al mateix temps ens apareix una nova casella per si es vol veure les equacions paramètriques.

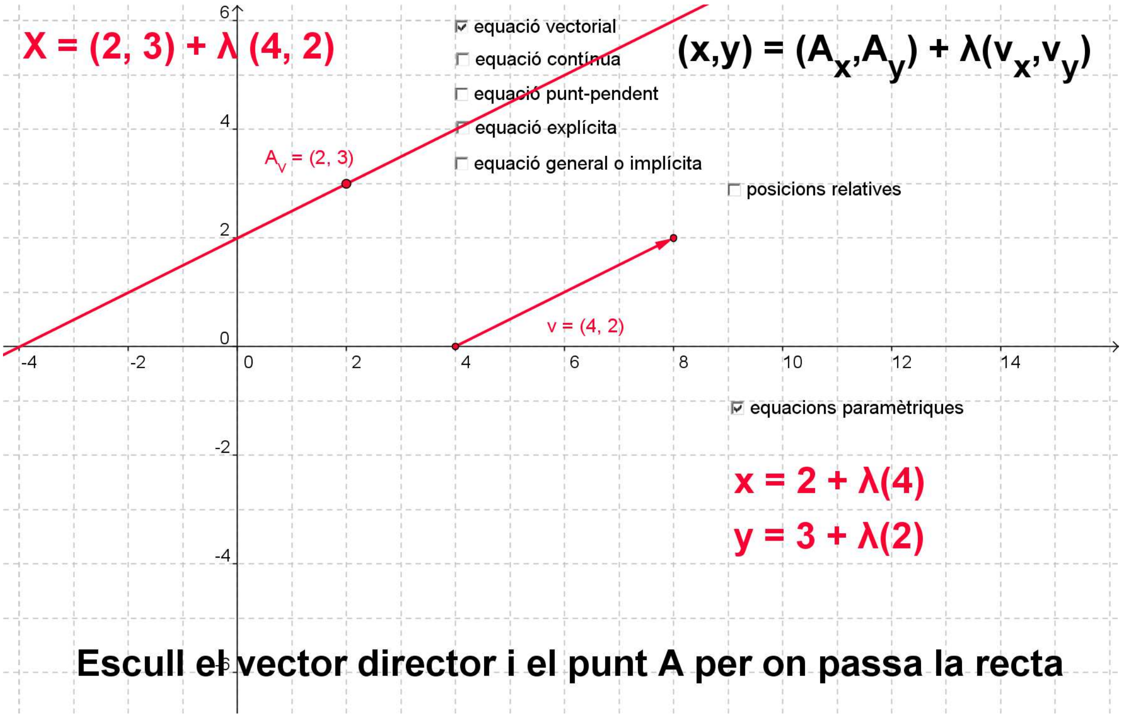


Fig. 31 Equació vectorial d'una recta.

Equació contínua.

Si marquem l'equació contínua ens apareix l'expressió general i l'expressió particular de la recta triada.

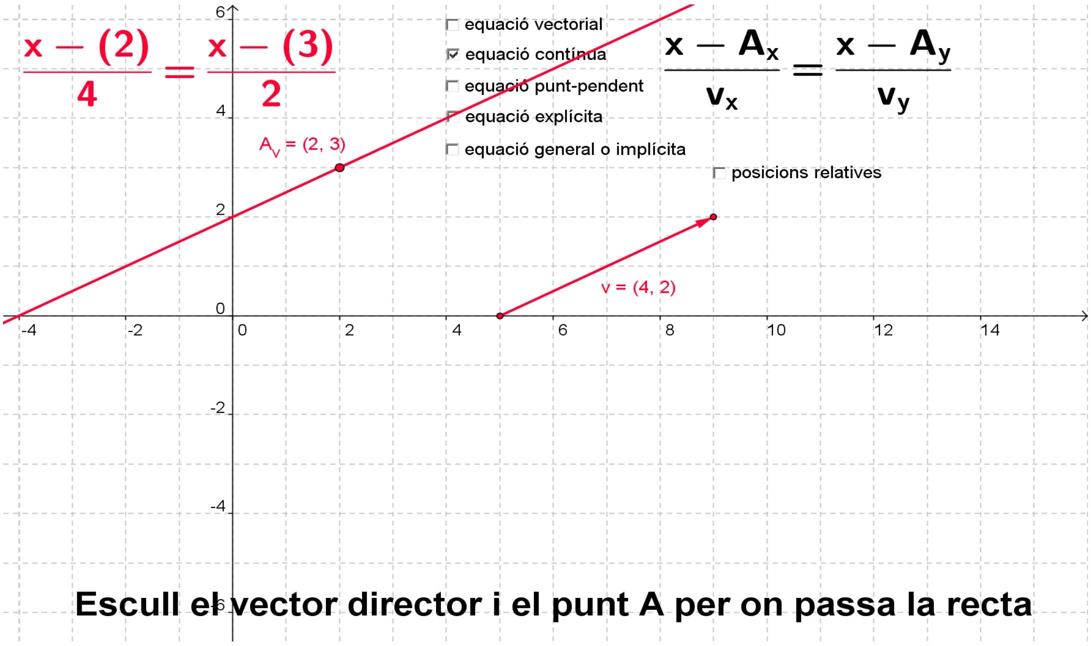


Fig. 32 Equació contínua d'una recta.

Equació punt-pendent.

Si marquem l'equació punt-pendent ens apareix l'expressió general i l'expressió particular de la recta triada.

S'introdueix el concepte de pendent, gràficament i analíticament.

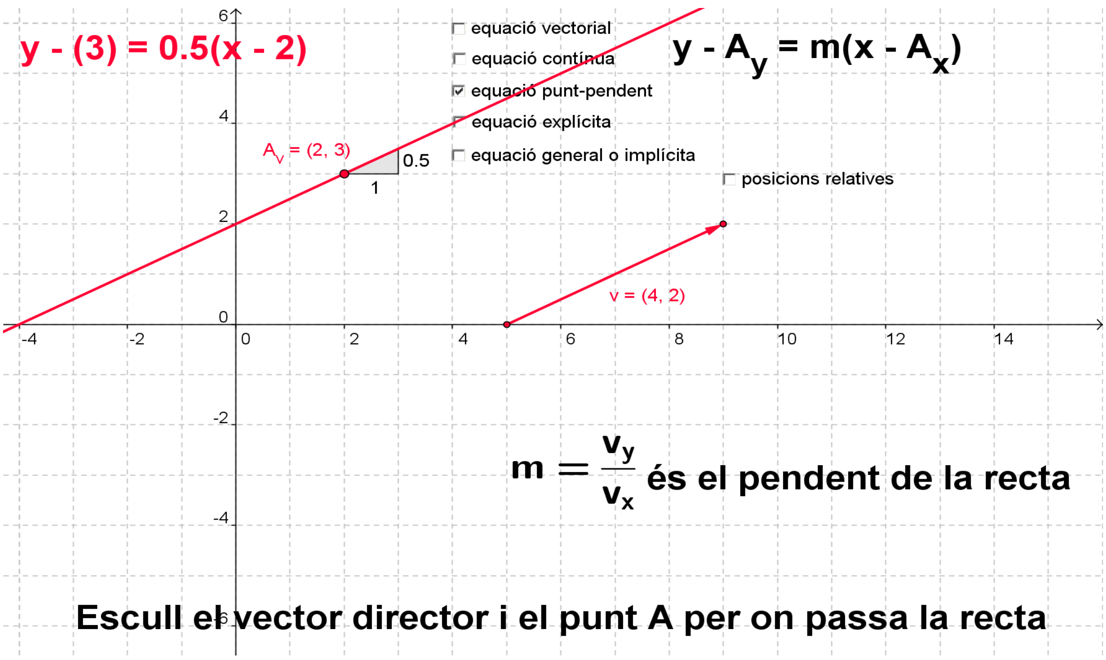


Fig. 33 Equació punt-pendent d'una recta.

Equació explícita.

Si marquem l'equació explícita ens apareix l'expressió general i l'expressió particular de la recta triada.

S'introdueixen els conceptes de pendent i d'ordenada a l'origen, gràficament i analíticament.

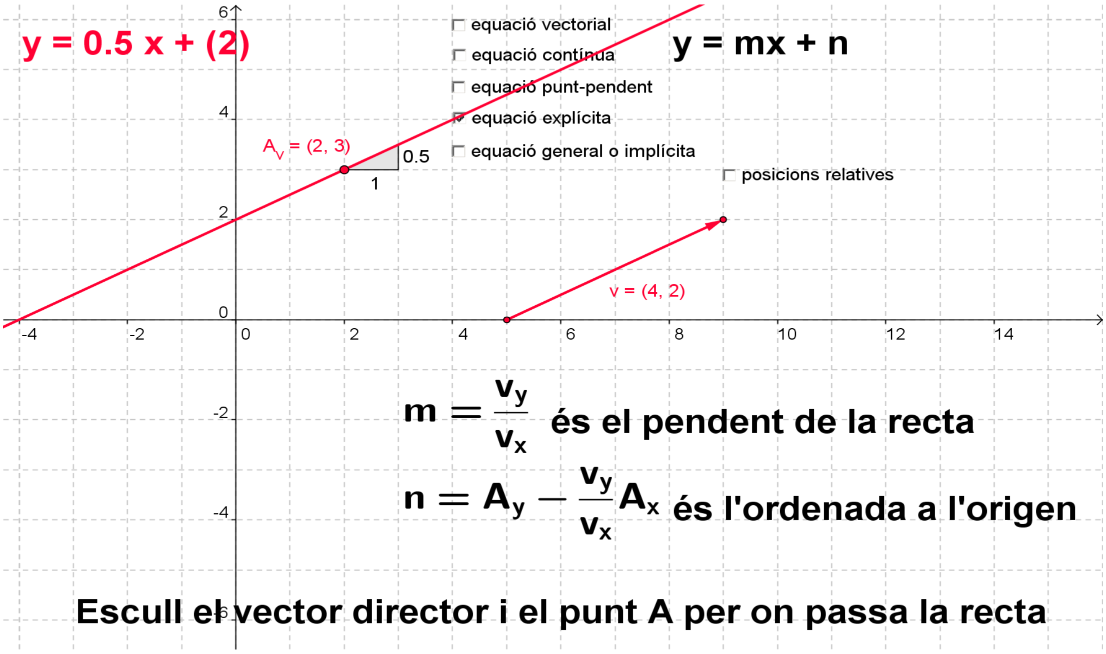


Fig. 34 Equació explícita d'una recta.

Equació general o implícita.

Si marquem l'equació general ens apareix l'expressió general i l'expressió particular de la recta triada.

Es defineixen les relacions entre els coeficients A, B i C de l'equació general amb el pendent i l'ordenada a l'origen.

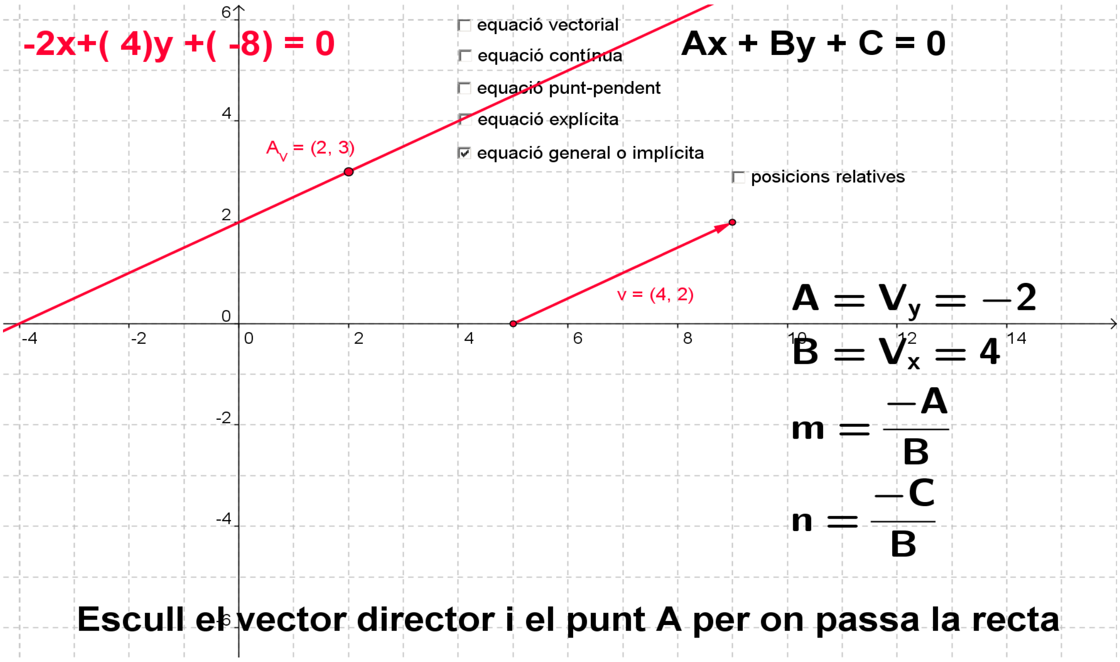


Fig. 35 Equació general d'una recta.

Posicions relatives.

Ens apareix un segon vector i una segona recta. L'activitat ens diu si les dues rectes són coincidents, paral·leles o secants i com es dedueix de les seves equacions. Simultàniament, podem seleccionar qualsevol de les representacions de l'equació de la recta per observar les equacions de les dues rectes en el format desitjat

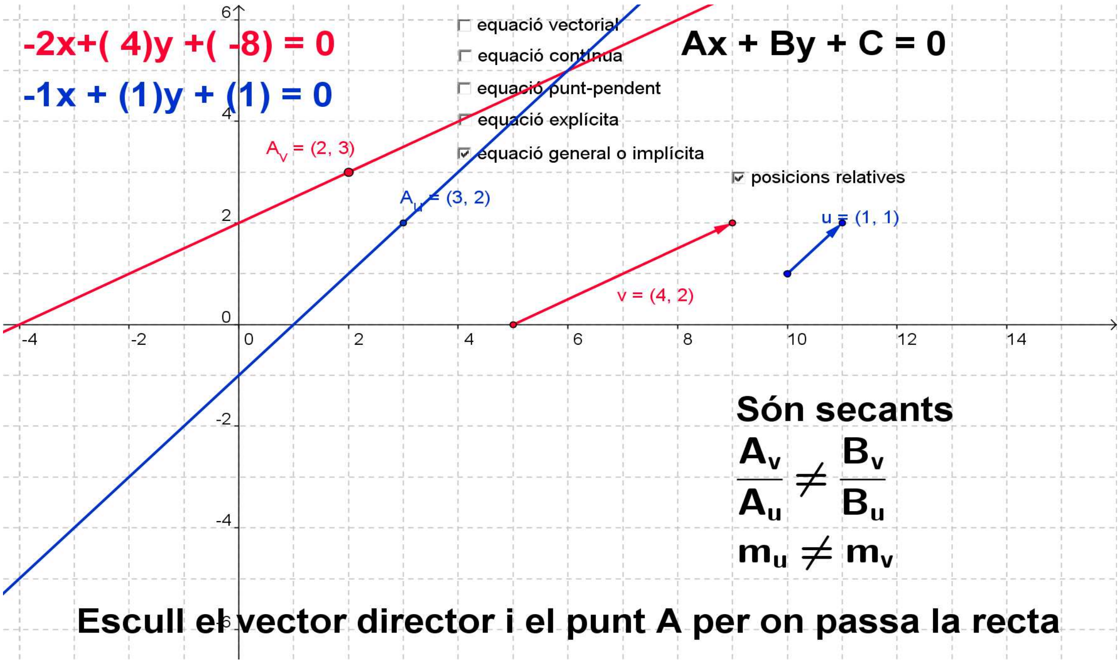


Fig. 36 Posicions relatives de dues rectes secants.

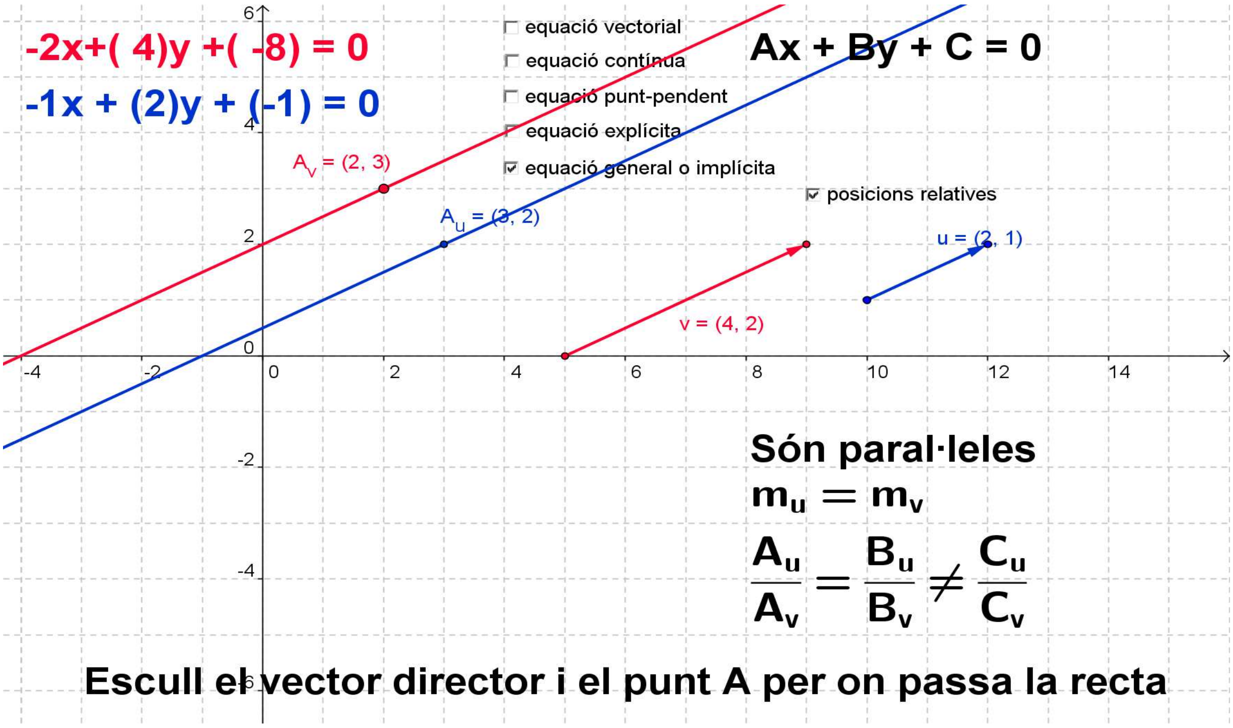


Fig. 37 Posicions relatives de dues rectes paral·leles.

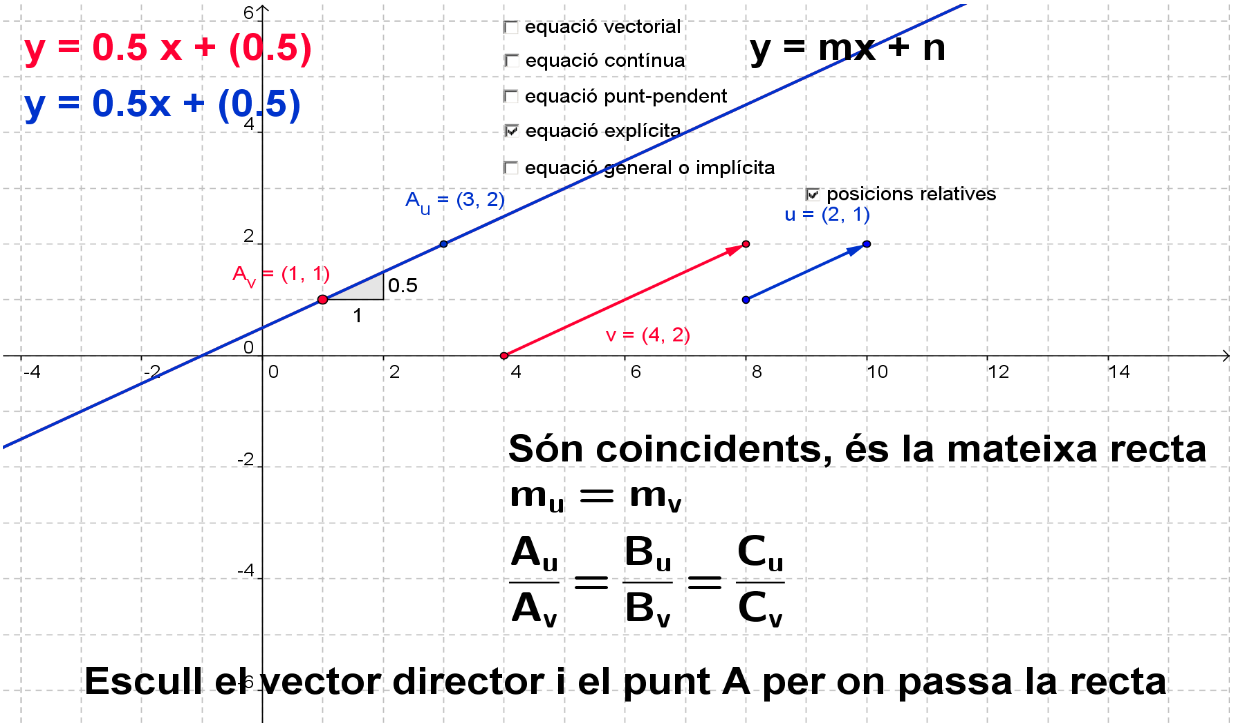


Fig. 38 Posicions relatives de dues rectes coincidents.

2.3.20 Pendent de la recta.

Unitat didàctica: Geometria analítica.

Bloc: Canvi i relacions.

Objectius:

- Expressar les rectes mitjançant l'equació explícita.
- Identificar el pendent i l'ordenada a l'origen.

Continguts:

- Equació explícita d'una recta.
- Pendent i ordenada a l'origen de la recta.

Procediments:

- Expressió de l'equació explícita d'una recta.
- Obtenció del pendent i l'ordenada a l'origen d'una recta donada.

Connexions:

- Numeració i càlcul.
- Espai i forma.
- Mesura.

Instruccions d'ús:

Cada cop que es prem F9 apareix una recta diferent a la pantalla gràfica i es demana que amb els punts lliscants es trobi el pendent i l'ordenada a l'origen de la recta presentada. Quan s'endevina, un missatge et diu que és la solució correcta i apareix en pantalla l'equació de la recta.

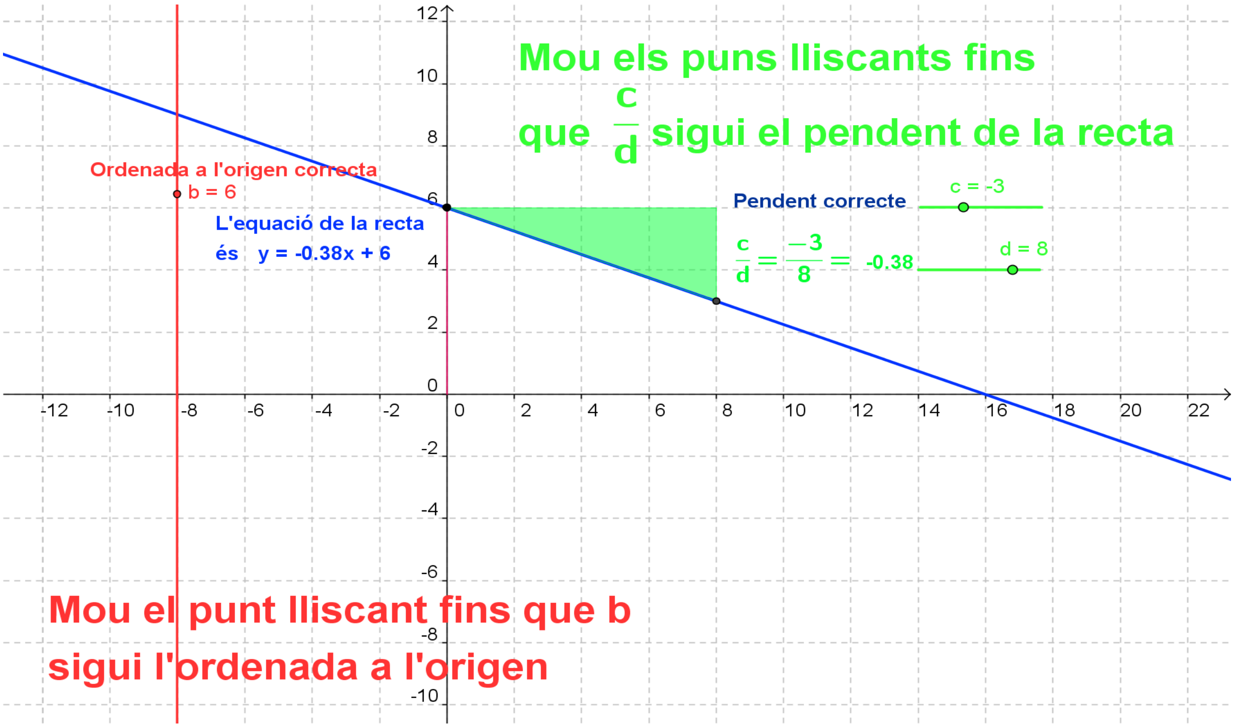


Fig. 39 Pendent d'una recta.

2.3.21 Estadística unidimensional.

Unitat didàctica: Estadística unidimensional.

Bloc: Estadística i atzar.

Objectius:

- Reconèixer i diferenciar els conceptes de població i mostra.
- Classificar les variables estadístiques: quantitatives i qualitatives.
- Obtenir la taula estadística associada a un conjunt de dades.
- Trobar la freqüència absoluta i la relativa d'un conjunt de dades.
- Construir la taula de freqüències acumulades.
- Utilitzar i analitzar els gràfics adequats per representar les dades.
- Calcular les mesures de centralització d'un conjunt de dades.

Continguts:

- Estadística.
- Població i mostra.
- Variables quantitatives i qualitatives.
- Variables estadístiques discretes i contínues.
- Taules estadístiques.
- Freqüències absolutes.
- Freqüències relatives.
- Freqüències absolutes acumulades.
- Freqüències relatives acumulades.
- Gràfics estadístics: diagrama de barres, histograma i polígon de freqüències.
- Mitjana.
- Mediana.
- Moda.
- Recorregut.
- Desviació mitjana.
- Variància i desviació típica.

Procediments:

- Distinció dels conceptes de població i mostra.
- Diferenciació de les variables quantitatives i qualitatives, i dins d'aquestes, de les variables discretes i de les contínues.
- Construcció de taules estadístiques adequades al conjunt de dades.
- Càlcul de freqüències absolutes, freqüències relatives i percentatges a partir de la taula estadística.
- Obtenció de freqüències absolutes acumulades i de freqüència relatives acumulades a partir de la taula estadística.
- Representació de les variables estadístiques mitjançant gràfics, i diferenciació segons el tipus de dades recollides.
- Càlcul i interpretació de la mitjana, la mediana i la moda d'un conjunt de dades.
- Obtenció del recorregut, la desviació mitjana, la variància i la desviació típica d'un conjunt de dades.

Connexions:

- Numeració i càlcul.
- Canvi i relacions.

Instruccions d'ús:

L'activitat explica la teoria de l'estadística unidimensional a través de l'exemple de realitzar 100 tirades de dos daus i obtenir-ne la suma del resultat obtingut als dos daus.

A l'alumne se li demana que vagi contestant preguntes a mesura que es va avançant, fins que es resol completament el problema.

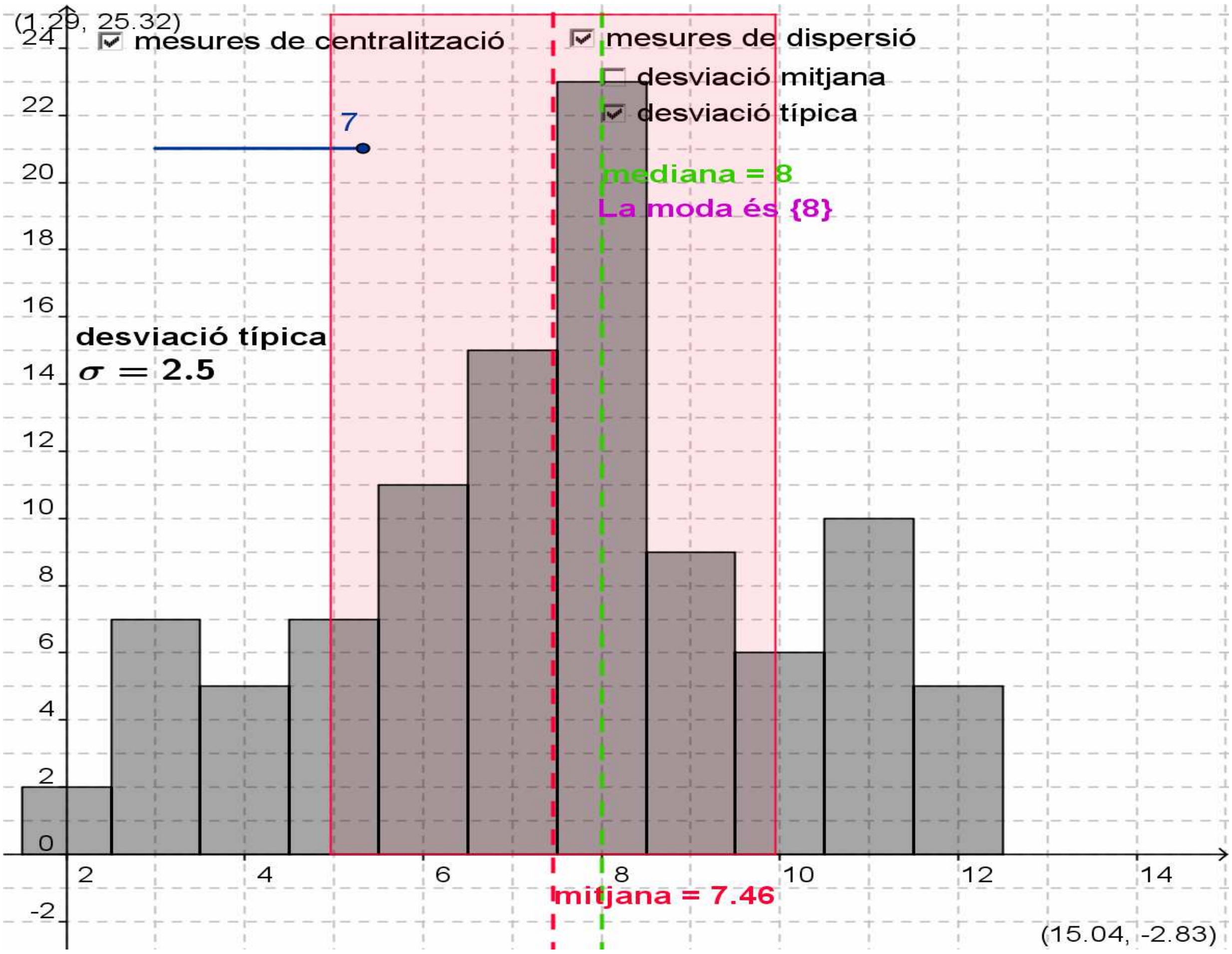


Fig. 40 Estadística unidimensional.

2.3.22 Estadística bidimensional.

Unitat didàctica: Distribucions bidimensionals.

Bloc: Estadística i atzar.

Objectius:

- Distingir entre relació estadística i relació funcional entre dues variables.
- Organitzar les dades d’una distribució estadística bidimensional en una taula de doble entrada i representar-la gràficament,
- Conèixer el concepte de correlació entre dues variables estadístiques.
- Calcular el coeficient de correlació d’una distribució bidimensional.
- Calcular i utilitzar les rectes de regressió per fer prediccions, i interpretar la validesa dels resultats.

Continguts:

- Dependència estadística i dependència funcional.
- Distribucions bidimensionals.
- Taules simples i de doble entrada.
- Núvol de punts.
- Idea de correlació.
- Coeficient de correlació lineal.
- Recta de regressió.

Procediments:

- Reconeixement de situacions de dependència funcional o estadística en situacions diverses.
- Construcció de taules que representin distribucions bidimensionals.
- Representació gràfica de variables estadístiques bidimensionals.
- Reconeixement del tipus de correlació que hi ha entre dues variables.
- Càlcul de la covariància.
- Càlcul i interpretació del coeficient de correlació.
- Obtenció de la recta de regressió d’una distribució bidimensional.
- Estimar un valor d’una variable coneixent el valor de l’altra.

Connexions:

- Numeració i càlcul.
- Canvi i relacions.

Instruccions d’ús:

L’activitat explica la teoria de l'estadística bidimensional a través de l'exemple de la relació pes/volum de diferents recipients de plàstic.

A l’alumne se li demana que vagi contestant preguntes a mesura que es va avançant, fins que es resol completament el problema.

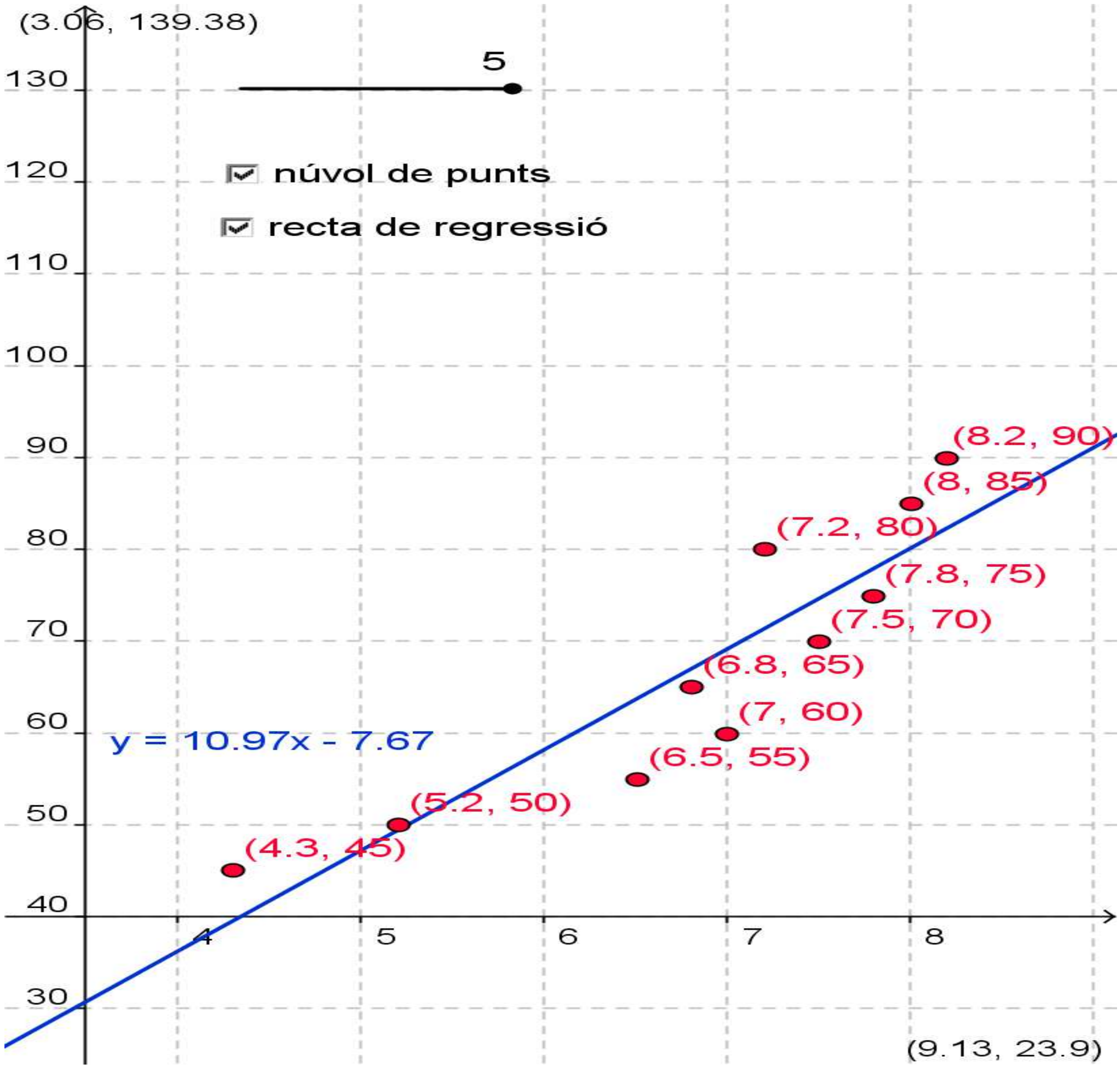


Fig. 41 Estadística bidimensional.

2.3.23 Espai mostral.

Unitat didàctica: Probabilitat.

Bloc: Estadística i atzar.

Objectius:

- Obtenir l'espai mostral.
- Obtenir els diferents tipus d'esdeveniments.
- Operar amb esdeveniments.

Continguts:

- Espai mostral.
- Esdeveniment elemental.
- Esdeveniment segur.
- Esdeveniment impossible.
- Unió i intersecció d'esdeveniments.
- Esdeveniments compatibles, incompatibles i contraris.

Procediments:

- Obtenció de l'espai mostral d'un experiment aleatori.
- Expressió dels esdeveniments elementals, l'esdeveniment segur i l'esdeveniment impossible d'un experiment aleatori.
- Obtenció de la unió i la intersecció de dos o més esdeveniments i els seus contraris.

Connexions:

- Numeració i càlcul.

Instruccions d'ús:

L'activitat defineix un experiment, extreure una bola d'una urna amb nou boles, i dos esdeveniments: A:{Sortir parell} i b:{sortir múltiple de 3}.

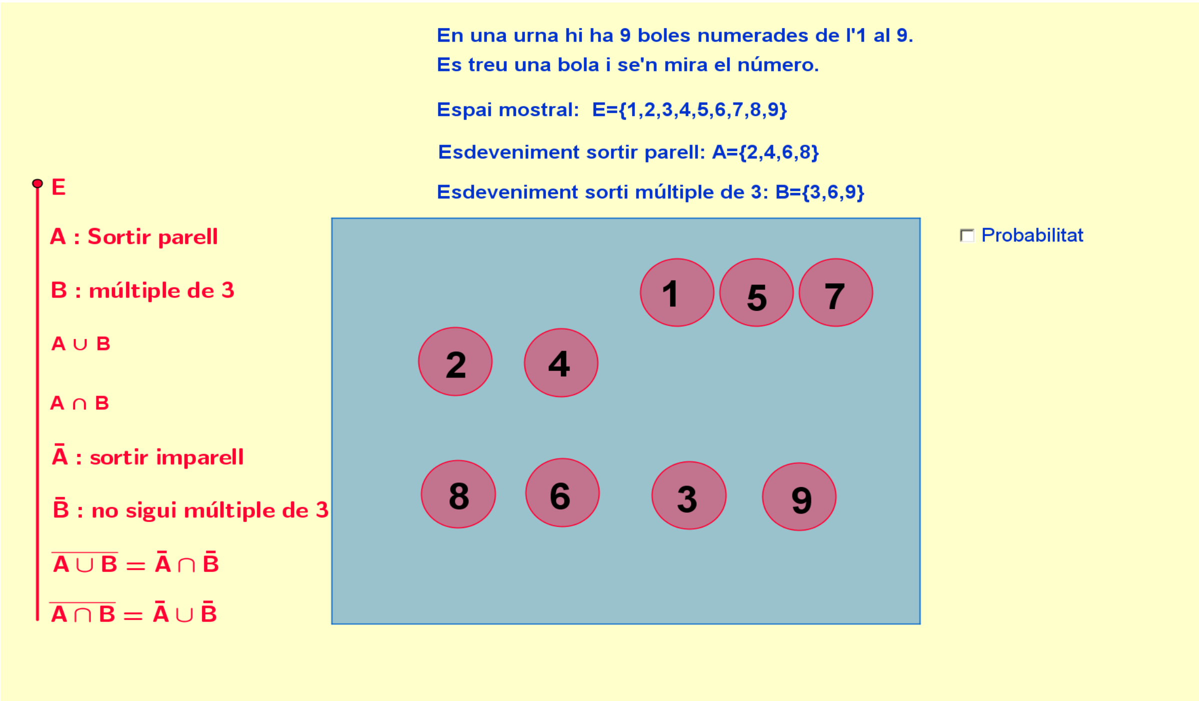


Fig. 42 Espai mostral.

A partir d'aquí seleccionant la posició desitjada amb el punt lliscant, se'ns mostra gràficament les següents operacions: $E, A, B, A \bigcup B, A \bigcap B, \overline{A}, \overline{B}, \overline{A \bigcup B}, \overline{A \bigcap B}$.

Exemple de "sortir parell:

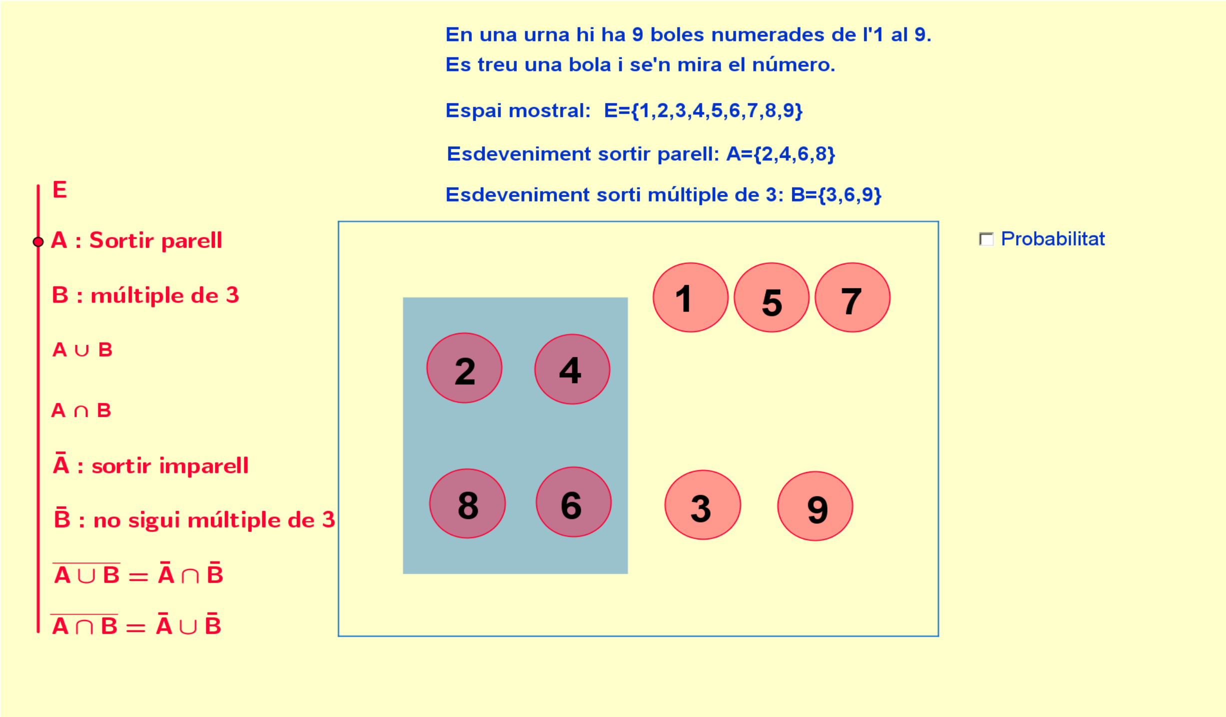


Fig. 43 Esdeveniments d'un experiment aleatori.

Seleccionant la casella “Probabilitat” se’ns indica la probabilitat de cada operació.

Exemple de “sortir imparell”:

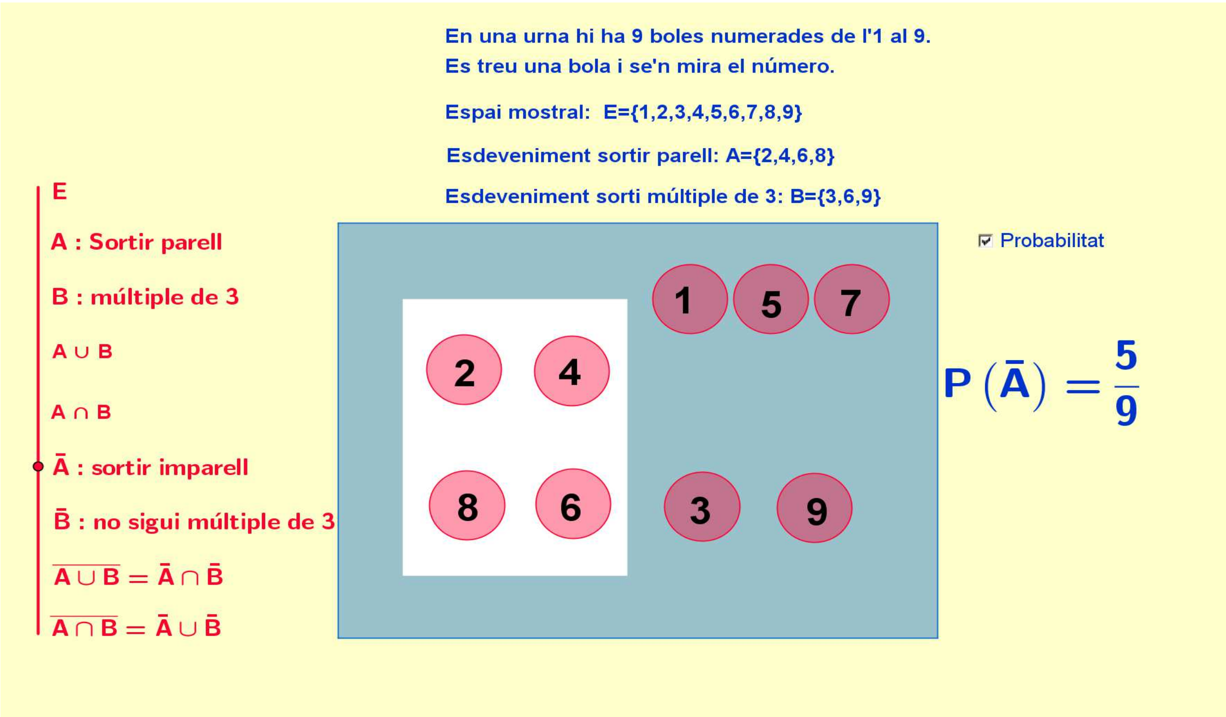


Fig. 44 Probabilitat d'un esdeveniment.

2.3.24 Compatibilitat i incompatibilitat d’esdeveniments.

Unitat didàctica: Probabilitat.

Bloc: Estadística i atzar.

Objectius:

- Obtenir l'espai mostral.
- Obtenir els diferents tipus d'esdeveniments.

Continguts:

- Espai mostral.
- Esdeveniment elemental.
- Esdeveniment segur.
- Esdeveniment impossible.
- Esdeveniments compatibles, incompatibles i contraris.

Procediments:

- Obtenció de l'espai mostral d'un experiment aleatori.
- Expressió dels esdeveniments elementals, l'esdeveniment segur i l'esdeveniment impossible d'un experiment aleatori.

Connexions:

- Numeració i càlcul.

Instruccions d'ús:

L'activitat defineix un experiment, extreure una bola d'una urna amb dotze boles, i sis esdeveniments.

Al prémer F9 són seleccionats a l'atzar dos dels esdeveniments i l'alumne ha d'esbrinar si son compatibles o no. Premen la casella "Mostrar compatibilitat" un missatge ens dóna la solució i el perquè.

Fig. 45 Compatibilitat d'esdeveniments.

2.3.25 Llançament de 3 monedes.

Unitat didàctica: Probabilitat.

Bloc: Estadística i atzar.

Objectius:

- Obtenir l'espai mostral.
- Obtenir els diferents tipus d'esdeveniments.
- Obtenir la freqüència absoluta i la freqüència relativa d'un esdeveniment.
- Calcular la probabilitat d'un esdeveniment.

Continguts:

- Freqüència absoluta.
- Freqüència relativa.
- Regla de Laplace.

Procediments:

- Obtenció de les freqüències absolutes i relatives d'esdeveniments.
- Aplicació de la regla de Laplace per calcular probabilitats.

Connexions:

- Numeració i càlcul.
- Canvi i relacions.

Instruccions d'ús:

L'activitat està basada en calcular el nombre de cares que s'obté al tirar tres monedes a l'aire.

Accionant un punt lliscant es poden fer el nombre desitjat de tirades i observar com a l'augmentar el nombre de tirades la freqüència relativa s'aproxima cada cop més a la probabilitat teòrica obtinguda aplicant la regla de Laplace.

Premen F9 s'actualitzen les tirades.

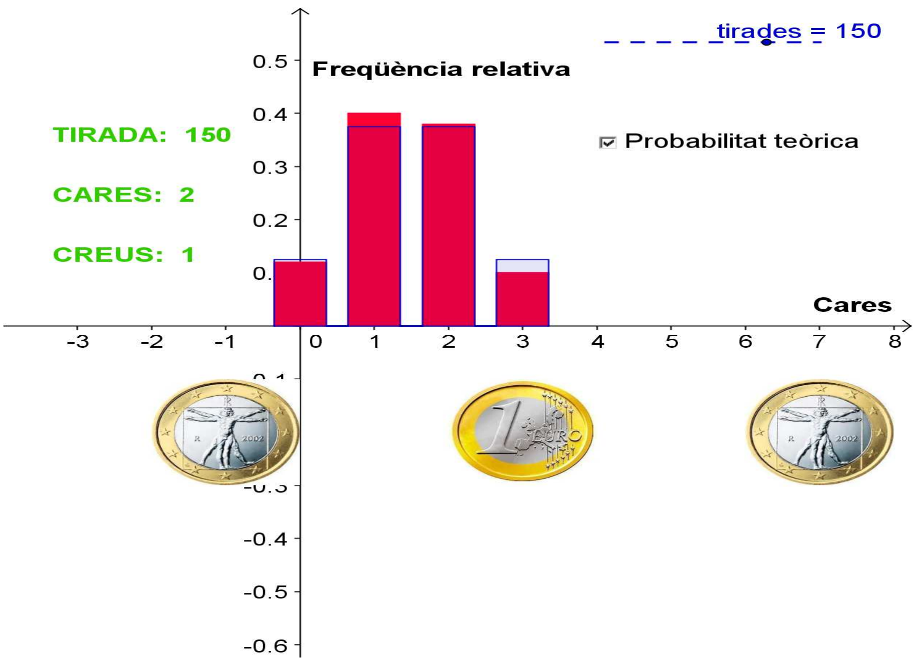


Fig. 46 Llançament de tres monedes.

2.3.26 Experiments compostos.

Unitat didàctica: Probabilitat.

Bloc: Estadística i atzar.

Objectius:

- Obtenir l'espai mostral.
- Obtenir els diferents tipus d'esdeveniments.
- Calcular la probabilitat d'un esdeveniment.
- Experiments compostos.

Continguts:

- Regla de Laplace.
- Probabilitat d'un experiment compost.

Procediments:

- Aplicació de la regla de Laplace per calcular probabilitats.
- Determinació de probabilitats d'esdeveniments compostos. Diagrames d'arbre.

Connexions:

- Numeració i càlcul.
- Canvi i relacions.

Instruccions d'ús:

L'activitat està basada en calcular el nombre de cares que s'obté al tirar tres monedes a l'aire.

Tenim dibuixats tots els esdeveniments possibles de l'experiment i el diagrama d'arbre corresponent.

A l'accionar el punt lliscant obtenim la probabilitat de cada esdeveniment aplicant Laplace i aplicant que és un experiment compost.

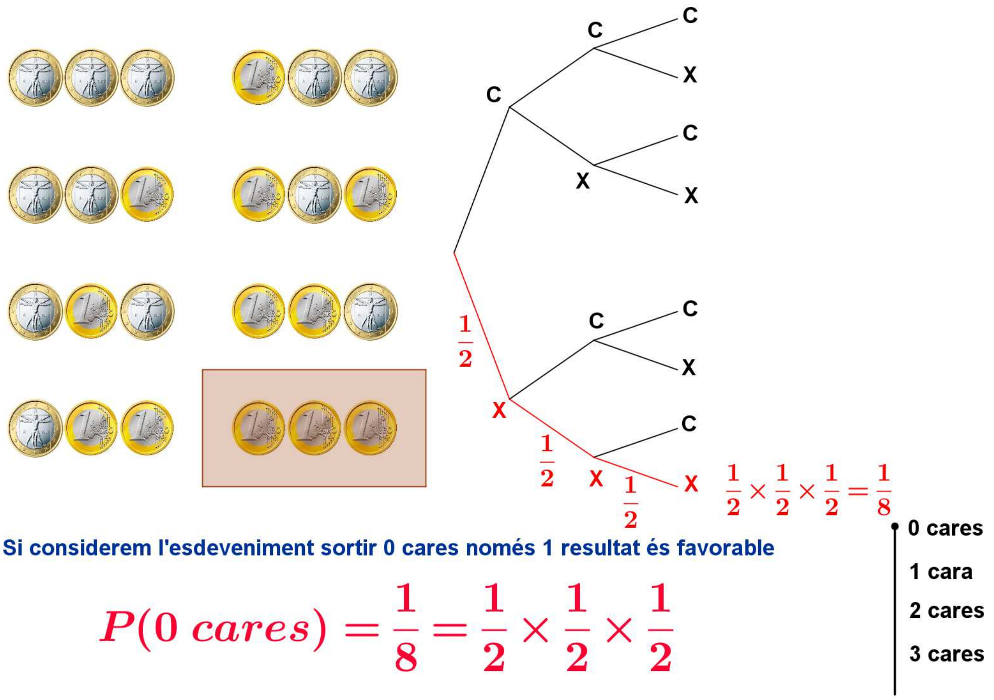


Fig. 47 Experiments compostos.

2.3.27 Probabilitat condicionada.

Unitat didàctica: Probabilitat.

Bloc: Estadística i atzar.

Objectius:

- Obtenir l'espai mostral.
- Obtenir els diferents tipus d'esdeveniments.
- Calcular la probabilitat d'un esdeveniment.
- Experiments compostos.
- Probabilitat condicionada.

Continguts:

- Regla de Laplace.
- Probabilitat d'un experiment compost.
- Esdeveniments dependents.
- Esdeveniments independents.

Procediments:

- Aplicació de la regla de Laplace per calcular probabilitats.
- Determinació de probabilitats d'esdeveniments compostos. Diagrames d'arbre.

Connexions:

- Numeració i càlcul.
- Canvi i relacions.

Instruccions d'ús:

La pantalla està dividida en tres parts. A la primera seleccionem l'experiment desitjat. A la segona, posem les condicions que imposem a l'experiment i a la tercera, se'ns mostra els esdeveniments possibles, els favorables i es calcula la probabilitat.

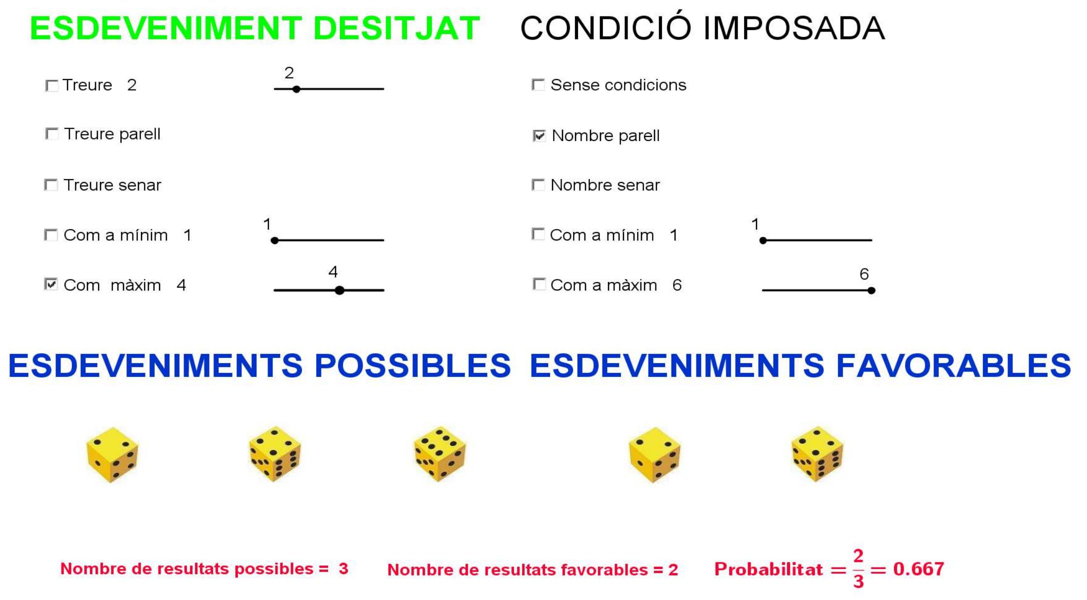


Fig. 48 Probabilitat condicionada.

3 Resultats.

3.1 Resultats dels recursos implementats a l'aula.

De les activitats desenvolupades en aquest treball de fi de màster només he tingut l'oportunitat d'implementar dins de l'aula les de la unitat didàctica que he impartit al pràcticum, la unitat didàctica de la probabilitat..

3.1.1 Metodologia.

El centre on he impartir la unitat didàctica no disposa d'ordinadors a l'aula, però té un projector portàtil que m'ha permès projectar les activitats a la pissarra. Per tant, totes les activitats han estat testades unidireccionalment, només he pogut provar el camí docent-alumnat. Ha estat una llàstima no poder comprovar la reacció de l'alumnat usant ells directament les activitats, però la manca de recursos ho ha fet impossible.

Per ells, aquesta manera de treballar ha estat una agradable sorpresa, mai havien fet una activitat de matemàtiques usant un software específic, tot i que, la manca de recursos no ha permès fer el segon pas: que fossin ells els protagonistes de l'activitat.

Totes les activitats estan pensades, també, per un ús individual, ús que permet desenvolupar l'autonomia i la iniciativa personal.

Una altra possibilitat d'ús, seria el treball amb les activitats, individual o en petits grups, dins de l'aula, deixant-los treballar al seu ritme per veure fins on arriben. El docent, en aquesta ocasió, fa un paper de guia i només intervé donant-los camins quan l'alumnat no sap tirar endavant. Aquesta és una possibilitat molt atractiva que permet a cadascú desenvolupar les seves habilitats, sense pautes ni límits descobrint tots plegats on tenim el nostre topall. Quan l'alumnat treballa en equip comparteix els coneixements, les experiències i les habilitats i això ajuda a construir millor el coneixement individual i al mateix temps regula els ritmes de treball individuals uniformant-los.

Una última metodologia seria el treball individual o en petits grups utilitzant un dossier, prèviament preparat pel docent, que marca el full de ruta i guia l'alumnat en tots els passos a seguir. Aquesta és una solució intermèdia que facilita a l'alumnat la descoberta del camí a seguir.

3.1.2 Procés d'implementació.

El material que mostro a continuació el vaig usar dins d'una aula de quart d'ESO durant les pràctiques realitzades en el pràcticum del Màster en formació del professorat d'educació secundària obligatòria i batxillerat. La unitat didàctica implementada va ser la probabilitat.

3.1.2.1 Activitat 1.

La primera activitat presentada va ser la corresponent a l'espai mostral (descrita a l'apartat 2.3.23 de la pàgina 41).

A la primera sessió de la unitat didàctica, per introduir el concepte d'espai mostral es mostra, amb el geogebra, un experiment que consisteix a extreure una bola d'una urna que conté 9 boles numerades de l'1 al 9. Dins d'aquest experiment, vam definir dos esdeveniments compostos: sortir parell i sortir múltiple de tres. Això ens va permetre visualitzar fàcilment què és l'espai mostral d'un experiment i per quins esdeveniments elementals estaven formats els diferents esdeveniments compostos definits.

Posteriorment, vam descobrir l'esdeveniment contrari, l'esdeveniment segur i l'esdeveniment impossible.

Amb aquesta activitat també vam realitzar les operacions amb esdeveniments de la unió i la intersecció.

A la segona sessió, vam introduir la regla de Laplace, i activant la casella de mostrar la probabilitat dels esdeveniments vam comprovar com es complia la regla en el nostre experiment.

A la tercera sessió vam comprovar les propietats de la probabilitat i vam calcular les probabilitats dels esdeveniments segur, impossible, la unió de dos esdeveniments compatibles i la unió de dos esdeveniments incompatibles.

3.1.2.2 Activitat 2.

La segona activitat implementada va estar la compatibilitat i incompatibilitat d'esdeveniments (descrita a l'apartat 2.3.24 de la pàgina 43).

Per acabar la primera sessió de la unitat didàctica, vam definir la compatibilitat i incompatibilitat de dos esdeveniments.

Aquesta activitat genera aleatòriament dos qualsevol dels esdeveniments que componen l'experiment. Això permet demanar l'alumnat si els dos esdeveniments generats a l'atzar són compatibles o incompatibles i visualitzar gràficament la resposta.

3.1.2.3 Activitat 3.

La tercera activitat implementada va ser la del llançament de tres monedes (descrita a l'apartat 2.3.25 de la pàgina 45).

A la segona sessió de la unitat didàctica, vam introduir el concepte de freqüència absoluta i relativa mostrant-los un experiment que consisteix a llançar tres monedes a l'aire i veure si surt cara o creu. El geogebra ens va permetre repetir l'experiment varies vegades i comprovar com varien les freqüències al tornar a fer l'experiment i com quan aquest nombre de repeticions és molt gran la freqüència relativa s'estabilitza en un valor fix, resultat conegut com a llei dels grans nombres.

3.1.2.4 Activitat 4.

La quarta activitat presentada va ser la dels experiments compostos (descrita a l'apartat 2.3.26 de la pàgina 46).

Aquesta activitat ens va permetre visualitzar, a la quarta sessió de la unitat didàctica, què es un experiment compost i com un diagrama d'arbre ens facilita el càlcul del seu espai mostral i, com a conseqüència, de la probabilitat associada a cada esdeveniment.

3.1.2.5 Activitat 5.

La cinquena activitat va ser la de la probabilitat condicionada (descrita a l'apartat 2.3.27 de la pàgina 47).

Aquesta activitat, un cop definida la probabilitat condicionada, ens va permetre veure la seva aplicació.

Davant l'experiment de llançar un dau i observar-ne el resultat, l'activitat permet definir diferents esdeveniments compostos i diferents condicions, observant com varien en cada cas el nombre d'esdeveniments possibles i el nombre d'esdeveniments favorables i, per tant, la probabilitat de l'esdeveniment.

3.1.3 Avaluació de resultats.

Com que les activitats han estat utilitzades pel docent, l'alumnat no ha pogut treballar directament amb les activitats. Per conèixer la recepció que se'n feia de l'activitat, al finalitzar cada sessió els hi vaig demanar que valoressin, anònimament, de l'1 al 10 les dues qüestions següents:

- L'activitat realitzada t'ha ajudat a entendre els conceptes.

- L’activitat realitzada té una dificultat elevada.

Alhora, també els hi demanava suggeriments i/o comentaris sobre la sessió d’aquell dia.

El resum de les respostes obtingudes és el següent:

ESPAI MOSTRAL I COMPATIBILITAT D'ESDEVENIMENTS																		**MITJANA**
He entès	8	7	7	9	9	10	10	10	8	6	7	8	8	8	8	10	7	8,24
Dificultat	7	7	7	5	5	4	6	5	5	7	5	6	5	5	5	5	7	5,65

LLANÇAMENT DE 3 MONEDES																			**MITJANA**
He entès	8	8	6	5	6	6	10	7	10	9	8	10	8	8	8	10	8	2	7,61
Dificultat	6	5	6	5	8	5	5	7	0	7	6	1	7	1	7	5	4	8	5,17

EXPERIMENTS COMPOSTOS																						**MITJANA**
He entès	8	8	10	8	4	3	9	6	9	10	10	10	10	7	3	6	5	5	5	3	8	6,99
Dificultat	6	5	5	7	8	7	4	4	3	1	5	5	10	3	10	7	8	8	8	7	7	6,10

PROBABILITAT CONDICIONADA																**MITJANA**
He entès	6	6	8	4	7	10	6	8	7	5	8	5	8	6	5	6,60
Dificultat	6	7	7	5	6	7	7	6	8	8	5	8	5	8	8	6,73

Al ser anònim i voluntari, el nombre de respostes és diferent a cada sessió.

En general, han opinat que les activitats els ha permès entendre els conceptes que es proposaven, tot i que, com era d’esperar, quan els conceptes s’han complicat la percepció que ho entenien, ha disminuït.

En quan a la dificultat que presentava l’activitat s’ha produït l’efecte invers, a mida que la dificultat dels conceptes augmentava, l’activitat també l’han considerat més complicada.

La majoria de comentaris i/o suggeriments fets sobre les activitats incideixen en la dificultat que els hi suposa agafar els apunts quan no els hi dius ara heu d’apuntar i ara no, i la necessitat que tenen de realitzar a classe tots els exercicis proposats, necessiten veure com els resols a la pissarra per poder començar a fer-los ells autònomament. Cal recordar que aquest grup tenia automatitzada aquesta dinàmica a l’aula: el docent els hi deia sempre quan i què havien d’apuntar a la llibreta i el docent els hi resolia a la pissarra tots els exercicis que els hi proposava.

3.1.4 Opinions dels alumnes.

Adjunto uns quants exemples de les respostes a l'enquesta efectuades per l’alumnat del grup de quart d’ESO on he impartit la unitat didàctica.

1. 10
2. 5
3. les classes són amenes i això és que tinc més interès per l'explicació i el raonament
4. alguna activitat

1. Sí, he entès els conceptes: 8
2. No, no té una dificultat elevada: 5
3. Que ho entenc quasi a la primera vegada
4. Que no sabia com agafar els apunts.

- 7
- 7
- no m'han agradat algunes activitats, p. que no les he entès

1. 7
2. 5
3. La representació amb l'ordinador, és una manera bastant clara.
4. Em perdo una mica al escriure ~~[illegible]~~ teoria

① 3

② 7

③ —

④ que no ho entenc

Una clase interesant, m'ha sigut fàcil reenganxar-me després d'haver faltat a la última clase, i entendre conceptes anteriors

Conceptes ⇒ 10

Dificultat ⇒ 1

Més ⇒ Laplace

Menys ⇒ Res

① 6

② 7

③ Activitats projector

④ teoria

1- 10

2- 5

3- Tot.

4- ~~Res~~ Res

① La primera part no : 4
La segona part sí : 10.

② . 8

③ la última act.

④ La primera part perquè no he pogut seguir el fil.

1) 8 2) 1

3) Un joc molt entretingut i una classe molt fàcil

- Amb les activitats realitzades he entès els conceptes (6)

Crec que l'activitat té una dificultat elevada (5)

- Què és el que més t'agrada
- El joc i les activitats que fem.

" " menys t'agrada - Em costa entendre les explicacions.

① 8

② 6

③ Que hem fet un exemple i aquesta manera era amena i interessant.

④

1. 7
2. 8
3. els exemples
4. ——

1- 8
2- 5
3- Tot
4- Res.

1. 8
2. 5
3.1. Els exemples
3.2. La teoria

1. Més o menys → 5
2. Sí → 8
3.
4. Que no ho he entès.

Crec que no dona temps a agafar apunts. Hauria de fer més activitats a la pissarra per veure com s'utilitza la fórmula i no utilitzar tant el geogebra. També crec que les activitats que es posen de deures s'haurien de corregir a classe per veure on fallem i on ho fem bé.

1- Amb les activitats realitzades he entès els conceptes (6)

2- Crec que l'activitat té una dificultat elevada (7)

3- + m'agradat: explicació
   - m'agradat: crec que faltarien més exemples quan s'explica una fórmula, una operació...

3.1.5 Anàlisi reflexiva.

En general, les activitats han funcionat bé i han complert les expectatives per les que han estat dissenyades. M'han estalviat molt temps a la pissarra, temps que he pogut dedicar a aclarir conceptes.

De totes maneres, crec que les noves tecnologies tenen un efecte pervers: amb els exemples visuals tenen la sensació que ho entenen molt fàcil i no fan el procés d'interiorització necessària per fer-se seu el concepte. Desprès, quan estan sols davant d'un paper blanc i els hi preguntes el que hem après resulta que no tot estava clar. Cal respectar el ritme de l'alumnat.

Desprès d'analitzar les respostes a les enquestes he vist que necessiten comprovar que el que fan està bé fins l'últim detall; no és suficient que hagis fet un exemple semblant, has de fer aquell exactament, perquè si no ho fas es despisten. No tenen l'autonomia suficient per encarar ells sols les dificultats de l'aprenentatge. Per tant, crec que, al menys al començament quan s'introdueix el software, és imprescindible fer les activitats guiades totalment, per desprès, un cop vagin agafant el ritme anar deixant que trobin el seu propi camí i descobreixin ells sols tot el que les activitats els hi proposen.

Una darrera reflexió incidiria en els avantatges que proporciona el treball en equip entre els docents. Estic segur, que aquestes activitats i la seva aplicació milloraran quan pugui compartir opinions i experiències amb d'altres professors.

4 Conclusions.

El Geogebra és una eina amb moltes possibilitats i d'una gran utilitat, que permet treballar-hi sense ser-ne un expert, com ha quedat demostrat per l'autor d'aquest treball fi de màster, realitzant sense cap coneixement previ aquest treball. Recordeu, que he descobert aquest software fent aquest treball de fi de màster, perquè les primeres sessions teòriques que ens han impartit durant el màster han arribat quan ja pràcticament havia dissenyat totes les activitats. Per tant, animo des d'aquí a tots els docents de matemàtiques a usar-lo sense recances. Allibera molt temps dedicat a la pissarra i aclareix els conceptes. Només cal acompanyar-lo amb seny i intel·ligència i no convertir-lo en un lluïment del docent per demostrar a l'alumnat que se'n sap molt.

En general, els alumnes són partidaris d'utilitzar el programa a les classes perquè facilita la comprensió inicial. Però cal tenir en compte que els exàmens, per exemple, sempre són estàtics i, per tant, no cal abusar gaire d'un aprenentatge només dinàmic, sinó que cal també educar el cervell per l'esforç que suposa una comprensió d'una situació estàtica. A més, no sempre tenim ordinador i, per tant, hem d'estar preparats pels dos tipus d'aprenentatge.

El paper del docent és fonamental per l'èxit de l'activitat. Un docent implicat és capaç de fer meravelles amb activitats mediocres i, per contra, un docent poc motivat fer fracassar la millor de les activitats.

Sense adonar-me'n, el que pretenia ser un passeig pel quart d'ESO s'ha convertit en, a partir d'una interpretació personal, un petit recobriment curricular de 4t d'ESO a través d'activitats recolzades amb el Geogebra. Fent-se seves totes les activitats, l'alumnat podria adquirir, d'una manera diferent a l'habitual, els conceptes proposats per quart d'ESO.

Tot el material presentat en aquest treball m'aporta, com a docent, un banc de recursos digitals que em permeten renovar la metodologia didàctica amb la incorporació de les noves tecnologies, incorporant una eina molt valuosa com és el Geogebra.

A l'alumnat li proporciona una forma diferent de fer matemàtiques i el descobriment d'una nova eina, el Geogebra, que li pot permetre entendre millor les matemàtiques i la pot utilitzar per resoldre problemes o comprovar solucions alhora que el pot incentivar a fer petites investigacions i preparar-se així per l'ús de softwares més avançats en un futur.

Però, potser, la conclusió més important del treball es adonar-me'n que això només és el començament, i que totes aquestes activitats necessiten de varies relectures per aconseguir treure'n el màxim del seu potencial i fer que l'alumnat se les faci seves. És aconsellable que el treball continuï i es facin dossiers o guies de treball per cada activitat que millorin la seva utilitat amb l'única finalitat d'ajudar l'alumnat a descobrir tot el que es proposi, que, en el fons, és l'únic que ens interessa.

5 Bibliografia.

- Decret 143/2007 del 26 de Juny pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria. DOGC núm. 4915 del 29/06/2007.
- Miguel A. Abánades, Francisco Botana, Jesús Escribano y Luis F. Tabera. Software matemático libre. La Gaceta de la RSME, vol. 12, no. 2, pp. 3-24 (2009).
- Enric Juan Redal, M. Àngels Andrés Casamiquela. Grup Promotor / Santillana Educación S.L., 2008. ISBN: 978-94-7918-319-6
- R. Losada. Geogebra: La eficiencia de la intuición. La Gaceta de la RSME, vol. 10, no. 1, pp. 223-239 (2007).

WEBGRAFIA

- Banc d'imatges gratuïtes. Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de formación del profesorado del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. [Consulta 23/05/2012]. Disponible a: http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/
- Daniel Mentrard. [Consulta 23/05/2012]. Disponible a http://dmentrard.free.fr/
- Enric Braso i Campderrós. [Consulta 11/05/2012]. Disponible a http://www.xtec.cat/sgfp/llicencies/200708/memories/1766m.pdf
- Instituto Nacional de Estadística [Consulta 01/06/2012]. Disponible a http://www.ine.es
- Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de formación del profesorado del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. [Consulta el 23/05/2012]. Disponible a: http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esomatematicasA_cat/
- Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de formación del profesorado del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. [Consulta el 23/05/2012]. Disponible a: http://recursostic.educacion.es/descartes/web/
- Manuel Sada. [Consulta el 23/05/2012]. Disponible a: http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/index.htm
- Rafael Losada Liste. Geogebra en la enseñanza de las matemàticas. [Consulta el 23/05/2012]. Disponible a: http://geogebra.es/cvg/index.html
- www.geogebratube.org [Consulta 23/05/2012]
- Pep Bujosa. Consulta el [23/05/2012]. Disponible a http://www.xtec.cat/~jbujosa/

6 Llistat de figures.

7 Referències.

[1] Instituto Nacional de estadística. [Consulta 01/06/2012]. Disponible a http://www.ine.es/inebmenu/mnu_tic.htm
[2] Departament d'Ensenyament. [Consulta el 02/06/2012]. Disponible a http://www20.gencat.cat/portal/site/ensenyament/menuitem.75e1c94eb5dd9e184ed22010b0c0e1a0/?vgnextoid=9f88738db1623310VgnVCM2000009b0c1e0aRCRD&vgnextchannel=9f88738db1623310VgnVCM2000009b0c1e0aRCRD&vgnextfmt=default
[3] Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de formación del profesorado del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. [Consulta el 23/05/2012]. Disponible a: http://www.ite.educacion.es/es/escuela-20
[4] Adaptació del realitzat per Inmaculada Gijón Cardós. Disponible a http://elblogdeinma.wordpress.com/
[5] Adaptació del realitzat per Manuel Sada. [Consulta el 23/05/2012]. Disponible a http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/index.htm
[6] Adaptació del realitzat per Manuel Sada. [Consulta el 23/05/2012]. Disponible a http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/index.htm
[7] Adaptació del realitzat per Manuel Sada. [Consulta el 23/05/2012]. Disponible a http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/index.htm
[8] Ampliació del realitzat per Manuel Sada. [Consulta el 23/05/2012]. Disponible a http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/index.htm
[9] Markus Hohenwarter. Geogebra. History 2001-2008. [Consulta el 05/06/2012]. Disponible a http://www.geogebra.org/conferences/20080507-igi-cambridge/May7-IGI-GeoGebra-History.ppt
[10] Concedit per l'European Knowledge Media Association (EKMA). Ronneby, Sweden